

Made by:

Abdullah. Nasser

# Beni Suef secondary

دعوہ حلوہ منك تفرق

معايا گتیییری

الرياضيات التطبيقية

المراجع ————— عة المس ————— تمررة

2022



الاستاتيكا

المحاضر

إعداد نخبة من خبراء التعليم

3

ثانوى



# ملخص الوحدة الأولى

## الاحتكاك

### تذكر أن

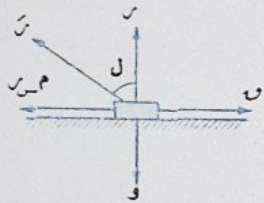
\* قوة الاحتكاك السكوني ( $\vec{C}$ ) : هي قوة خفية تظهر عند محاولة تحريك جسم على سطح خشن وتعمل على مقاومة حركة الجسم.

\* قوة الاحتكاك السكوني النهائي ( $\vec{C}_s$ ) : هي قوة الاحتكاك عندما يصل مقدار الاحتكاك إلى قيمته العظمى والتي عندها يكون الجسم على وشك الحركة.

\* معامل الاحتكاك السكوني ( $\mu_s$ ) : هو النسبة بين مقداري قوة الاحتكاك النهائي ورد الفعل العمودي

$$\text{أي أن : } \mu_s = \frac{C_s}{R} \text{ ومنها } C_s = \mu_s R$$

لاحظ أن :  $0 \leq C \leq C_s$



\* رد الفعل المحصل ( $\vec{R}$ ) : هو محصلة رد الفعل العمودي وقوة الاحتكاك

$$R = \sqrt{C^2 + R^2} \text{ وفي حالة الاحتكاك النهائي}$$

$$R = \sqrt{C_s^2 + R^2} = \sqrt{\mu_s^2 R^2 + R^2} = R \sqrt{\mu_s^2 + 1}$$

\* زاوية الاحتكاك ( $\alpha$ ) : هي الزاوية المحصورة بين رد الفعل المحصل ورد الفعل العمودي عندما يصل الاحتكاك إلى قيمته العظمى

$$\text{أي أن : } \mu_s = \tan \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{C_s}{R}$$

\* اتزان جسم على مستوى أفقى خشن :

① إذا كانت القوة أفقية :

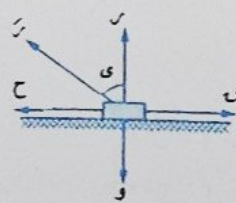
الجسم على وشك الحركة

• معادلتا الاتزان

$$R = W, \text{ و } C = C_s = \mu_s R$$

$$R = \sqrt{C^2 + R^2} = \sqrt{C_s^2 + R^2} = R \sqrt{\mu_s^2 + 1}$$

$$W = R, \text{ و } L = \mu_s, \text{ و } \tan \alpha = \mu_s$$



الجسم ساكن

• معادلتا الاتزان

$$R = W, \text{ و } C = C$$

$$0 \leq C < C_s$$

$$R = \sqrt{C^2 + R^2}$$

$$W > L$$

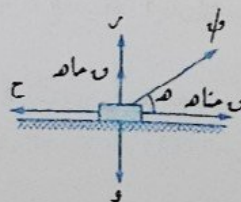
② إذا كانت القوة مائلة على الأفقى بزاوية قياسها  $\theta$  :

الجسم على وشك الحركة

• معادلتا الاتزان

$$R + W \sin \theta = W \cos \theta$$

$$C = C_s = \mu_s R = W \sin \theta$$



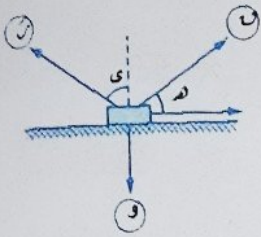
الجسم ساكن

• معادلتا الاتزان

$$R + W \sin \theta = W \cos \theta$$

$$C = W \sin \theta$$





لاحظ أن: الجسم متزن تحت تأثير ثلاث قوى  $\vec{w}$  ،  $\vec{f}$  ، و  $\vec{F}$  ولذلك يمكن استخدام قاعدة لامي كالآتي :

$$\frac{w}{\sin(90^\circ - \theta)} = \frac{f}{\sin \theta} = \frac{F}{\sin(90^\circ + \theta)}$$

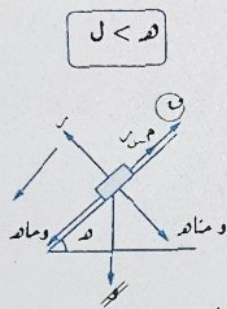
## ملاحظتان

١) القوة الأفقية التي تجعل جسمًا وزنه (و) موضوعًا على مستوى أفقى خشن على وشك الحركة هي  $\vec{F} = w \tan \theta$  حيث  $\theta$  قياس زاوية الاحتكاك.

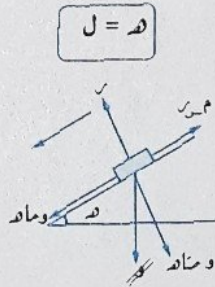
٢) أقل قوة تجعل جسمًا وزنه (و) موضوعًا على مستوى أفقى خشن على وشك الحركة هي قوة  $\vec{F} = w \tan \theta$  وتميل على الأفقى لأعلى بزاوية قياسها يساوى قياس زاوية الاحتكاك ( $\theta$ )

\* اتزان جسم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $\theta$  :

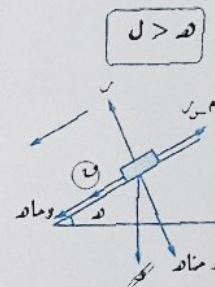
١) إذا كان الجسم على وشك الحركة لأسفل (على وشك الانزلاق)



$$\begin{aligned} N &= w \cos \theta \\ F + f &= w \sin \theta \end{aligned}$$

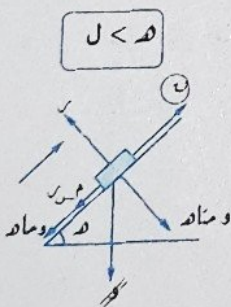


$$\begin{aligned} N &= w \cos \theta \\ F + f &= w \sin \theta \end{aligned}$$

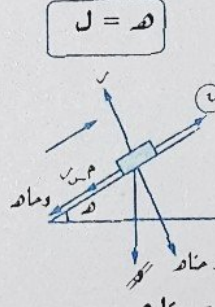


$$\begin{aligned} N &= w \cos \theta \\ F + f &= w \sin \theta \end{aligned}$$

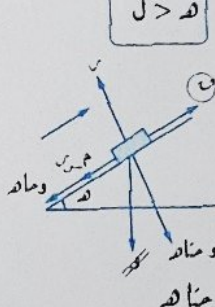
٢) إذا كان الجسم على وشك الحركة في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى



$$\begin{aligned} N &= w \cos \theta \\ F - f &= w \sin \theta \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} N &= w \cos \theta \\ F - f &= w \sin \theta \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} N &= w \cos \theta \\ F - f &= w \sin \theta \end{aligned}$$

لاحظ أنه :

١) إذا كان الجسم ليس على وشك الحركة فيجب التعرف على الاتجاه الذى يميل الجسم إلى التحرك فيه وذلك بمقارنة مركبة القوة في اتجاه أكبر ميل للمستوى لأعلى ومركبة الوزن (و ما) وتكون قوة الاحتكاك ح في عكس اتجاه أكبرهما.

٢) إذا كان الجسم على وشك الحركة على المستوى المائل تحت تأثير وزنه فقط فإن قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى = قياس زاوية الاحتكاك.

٣) إذا كانت  $L < \theta$  وكانت  $\vec{F}$  هي القوة في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى وتمنع الجسم من الانزلاق (أقل قوة تحفظ توازن الجسم) ،  $\vec{F}$  هي القوة في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى وتجعل الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى (أكبر قوة تحفظ توازن الجسم) فإن الفترة  $[F_1, F_2]$  تسمى فترة الاتزان.



# اختبار على الوحدة الأولى

١ إذا كان مقدار قوة الاحتكاك النهائي  $\approx 60$  نيوتن ومعامل الاحتكاك  $= 0.75$  فإن مقدار رد الفعل المحصل = ..... نيوتن.

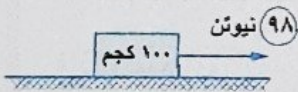
- ٨٠ (أ) ١٠٠ (ب) ٦٠ (ج) ١٠ (د)

٢ إذا وضع جسم على مستوى مائل خشن يميل بزاوية قياسها  $60^\circ$  على الأفقى وكان على وشك الانزلاق فإن معامل الاحتكاك بين الجسم والمستوى يساوى .....

- $\sqrt{3}$  (أ)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (ب)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (ج)  $\frac{1}{2}$  (د)

٣ وضع جسم على مستوى خشن وكان قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى تساوى قياس زاوية الاحتكاك فإن الجسم .....

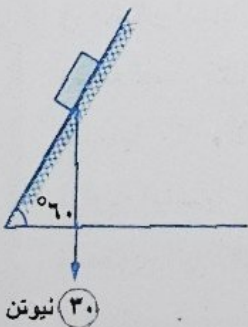
- (أ) ساكن على المستوى. (ب) يتحرك على المستوى. (ج) يكون على وشك الحركة أسفل المستوى. (د) يكون على وشك الحركة على المستوى.



٤ في الشكل المقابل :

قوة أفقية مقدارها ٩٨ نيوتن تجعل جسم كتلته ١٠٠ كجم على وشك الحركة على سطح خشن أفقى فإن معامل الاحتكاك = .....

- ٠.٩٨ (أ) ٠.٤ (ب) ٠.٢ (ج) ٠.١ (د)



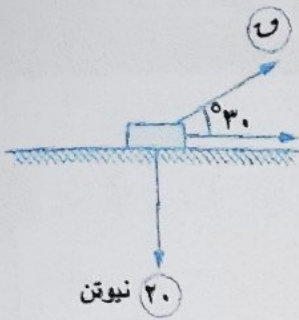
٥ في الشكل المقابل :

وضع جسم مقدار وزنه ٣٠ نيوتن على مستوى مائل خشن. لوحظ أن الجسم يكون على وشك الانزلاق إذا كان المستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  فإذا زاد قياس زاوية ميل المستوى إلى  $60^\circ$  كما بالشكل المقابل فإن مقدار أقل قوة تؤثر فى الجسم موازية لخط أكبر ميل للمستوى لتمنعه من الانزلاق ..... نيوتن.

- $\sqrt{3}$  (أ)  $\sqrt{3} + 1$  (ب) ٥ (ج) ١٠ (د)



٦ في الشكل المقابل :



وضع جسم وزنه ٢٠ نيوتن على مستوى أفقى خشن ، معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  فإن القوة التى مقدارها ٢٠ نيوتن وتميل على الأفقى لأعلى بزاوية قياسها ٣٠° وتجعل الجسم على وشك الحركة = ..... نيوتن.

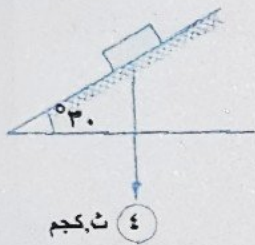
٨ (د)

١٦ (ج)

٣٧ ١٠ (ب)

٣٧ ٥ (أ)

٧ في الشكل المقابل :



وضع جسم كتلته ٤ كجم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ومعامل الاحتكاك بينه وبين المستوى  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  فإن الجسم .....

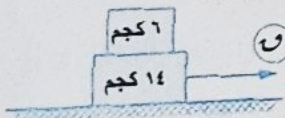
(أ) يكون على وشك الحركة لأعلى المستوى.

(ب) يكون على وشك الحركة لأسفل المستوى.

(ج) يتحرك على المستوى.

(د) يكون مقرن وليس على وشك الحركة.

٨ وضع جسم وزنه ١٤ ثقل كجم على مستوى أفقى خشن ولما شد هذا



الجسم بقوة أفقية مقدارها ٧ ثقل كجم أصبح الجسم على وشك الحركة. فإذا وضع فوق الجسم صنجة وزنها ٦ ثقل كجم كما بالشكل المقابل فإن مقدار القوة الأفقية التى مقدارها (م) ث.كجم وتوشك أن تحرك الجسم والصنجة فوقه = ..... ث.كجم.

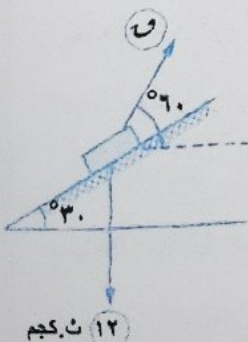
٢١ (د)

١٥ (ج)

١٠ (ب)

٥ (أ)

٩ في الشكل المقابل :



وضع جسم كتلته ١٢ كجم على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° وأثرت عليه قوة مقدارها ١٢ ث.كجم وتميل على الأفقى بزاوية قياسها ٦٠° إلى أعلى فجعلت الجسم على وشك الحركة على المستوى إلى أعلى ، فإذا كان معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  فإن قيمة : ..... ث.كجم.

٣٧ ١٢ (د)

١٢ (ج)

٣٧ ٦ (ب)

٦ (أ)



مقدار أقل قوة تؤثر على جسم وزنه (و) موضوع على مستوى أفقى خشن زاوية احتكاكه هي (ل) وتجعل الجسم على وشك الحركة يساوى .....

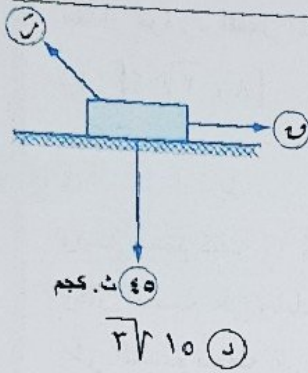
(د) وقال

(ج) وطال

(ب) ومال

(أ) ومال

في الشكل المقابل :



جسم وزنه ٤٥ ث. كجم موضوع على مستوى أفقى خشن إذا كان معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى  $\frac{3}{4}$

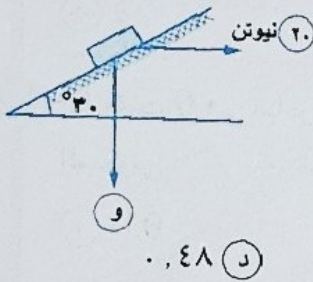
وكان الجسم على وشك الحركة

فإن  $W + R = \dots$  ث. كجم

(أ) ٤٥

(ب)  $3\sqrt{2}$  ٤٥(ج)  $3\sqrt{2}$  ٢٠(د)  $3\sqrt{2}$  ١٥

في الشكل المقابل :



جسم كتلته ٢ كجم موضوع على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠ أثرت على الجسم قوة أفقية مقدارها ٢٠ نيوتن فجعلته على وشك الحركة لأعلى المستوى. فإن معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى يساوى تقريباً .....

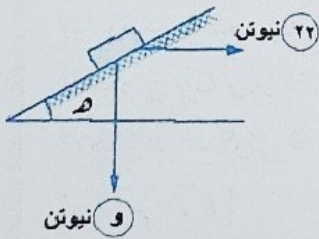
(أ) ٠,٢٨

(ب) ٠,١٨

(ج) ٠,٢٨

(د) ٠,٤٨

في الشكل المقابل :



وضع جسم وزنه (و) نيوتن على مستو مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية جيبها  $\frac{3}{4}$  شد الجسم بقوة أفقية مقدارها ٢٢ نيوتن واقعة فى المستوى الرأسى المار بخط أكبر ميل للمستوى جعلت الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى، فإذا كان معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى هو  $\frac{1}{4}$ ، فإن مقدار وزن الجسم (و) = ..... نيوتن.

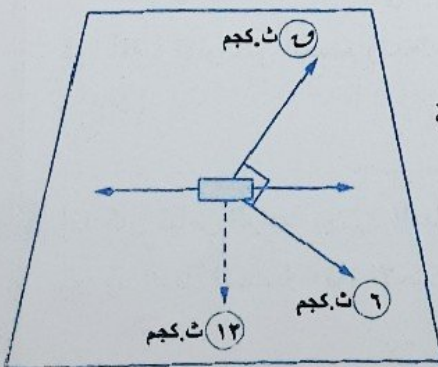
(أ) ١٥

(ب) ١٧

(ج) ١٩

(د) ٢١

في الشكل المقابل :



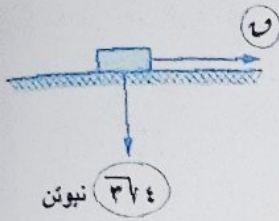
وضع جسم وزنه ١٢ ث. كجم على نضد أفقى خشن وأثرت عليه فى نفس المستوى قوتان متعامدتان ٦، و ث. كجم فأصبح الجسم على وشك الحركة، فإذا كان قياس زاوية الاحتكاك بين الجسم والمستوى ٣٠، فإن : مقدار  $W = \dots$  ث. كجم.

(أ) ٦

(ج)  $3\sqrt{2}$ (ب)  $3\sqrt{2}$  ٣(د)  $3\sqrt{2}$  ٢



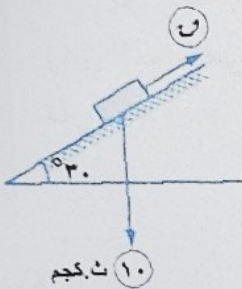
١٥ في الشكل المقابل :



إذا وضع جسم مقدار وزنه  $37.4$  نيوتن على مستوى أفقى خشن معامل الاحتكاك بينه وبين الجسم  $= \frac{1}{37.4}$  وأثرت على الجسم قوة أفقية فإن مقدار قوة رد الفعل المحصل  $\Rightarrow$  .....

- (أ)  $[8, 37.4]$  (ب)  $[4, 0]$  (ج)  $[37.4, 0]$  (د)  $[8, 0]$

١٦ في الشكل المقابل :



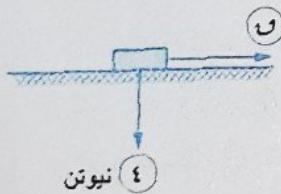
وضع جسم كتلته  $10$  كجم على مستوي يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  وكان الجسم على وشك الانزلاق فإن القوة الموازية للمستوى التي إذا أثرت على الجسم تجعله على وشك الحركة لأعلى المستوى = ..... ث.كجم

- (أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) ١٥ (د) ٢٠

١٧ إذا كانت  $\theta$  هي قياس الزاوية بين قوة الاحتكاك النهائى ورد الفعل المحصل ، فإن معامل الاحتكاك السكونى = .....

- (أ)  $\tan \theta$  (ب)  $\cot \theta$  (ج)  $\tan \theta$  (د)  $\cot \theta$

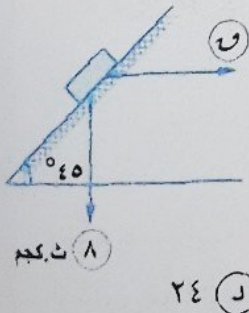
١٨ في الشكل المقابل :



إذا وضع جسم وزنه  $4$  نيوتن على مستوى أفقى خشن معامل الاحتكاك السكونى بينه وبين الجسم  $= \frac{1}{4}$  ، أثرت عليه قوة أفقية فإن مقدار قوة الاحتكاك السكونى  $\Rightarrow$  .....

- (أ)  $[4, \frac{1}{4}]$  (ب)  $[1, \infty]$  (ج)  $[1, 0]$  (د)  $[\frac{1}{4}, 0]$

١٩ في الشكل المقابل :



وضع جسم وزنه  $8$  ث.كجم على مستوي خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $45^\circ$  معامل الاحتكاك السكونى بينه وبين الجسم يساوى  $\frac{1}{3}$  فإن مقدار أكبر قوة أفقية تؤثر على الجسم وتجعله فى حالة توازن = ..... ث.كجم

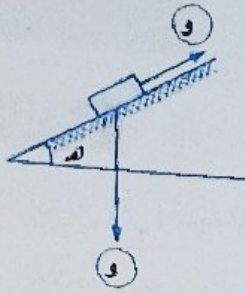
- (أ) ١٢ (ب) ١٦ (ج) ٢٠ (د) ٢٤

٢٠ إذا كان قياس الزاوية بين رد الفعل العمودى ورد الفعل المحصل  $= \theta$  عندما يكون الاحتكاك نهائى وقياس الزاوية بين رد الفعل المحصل وقوة الاحتكاك السكونى النهائى  $= 2\theta$  فإن معامل الاحتكاك السكونى = .....

- (أ)  $\frac{37}{2}$  (ب)  $37$  (ج)  $\frac{37}{2}$  (د)  $\frac{1}{3}$

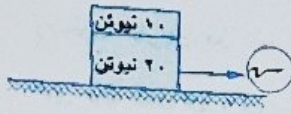


٢١ في الشكل المقابل :



إذا وضع جسم وزنه (9) على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  وأثرت عليه قوة مقدارها (6) فى اتجاه خط أكبر ميل لأعلى مستوى وأصبح الجسم على وشك الحركة لأعلى فإن :  $\mu = \dots\dots\dots$

- (أ)  $\frac{2}{3}$  (ب)  $\frac{3}{4}$   
(ج)  $\frac{4}{5}$  (د)  $\frac{5}{6}$



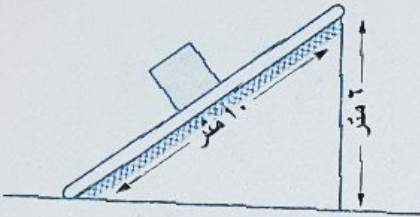
وضع جسم يتكون من جزأين وزناهما 20 نيوتن ، 10 نيوتن

كما بالشكل المقابل أثرت عليه قوة أفقية  $\mu$  جعلته على وشك الحركة

إذا فصل الجزء الذى وزنه 10 نيوتن مع بقاء قوة الشد كما هى فإن الجسم .....

- (أ) يتحرك فى اتجاه الشد. (ب) يكون على وشك الحركة.  
(ج) يكون ساكن. (د) يتحرك فى اتجاه عكس اتجاه قوة الشد.

٢٢ في الشكل المقابل :

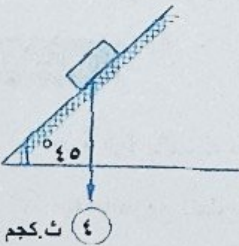


الجسم على وشك الانزلاق إلى أسفل المستوى فيكون معامل

الاحتكاك السكونى = .....

- (أ)  $\frac{2}{3}$  (ب)  $\frac{4}{5}$   
(ج)  $\frac{3}{4}$  (د)  $\frac{5}{6}$

٢٣ في الشكل المقابل :



وضع جسم وزنه 4 ث.كجم على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية

قياسها  $45^\circ$  ومعامل الاحتكاك السكونى بينهما  $\mu = \frac{1}{2}$

فإن مقدار أكبر قوة تحفظ توازن الجسم فى اتجاه

خط أكبر ميل للمستوى هى ..... ث.كجم.

- (أ)  $2\sqrt{2}$  (ب)  $2\sqrt{3}$   
(ج)  $2\sqrt{4}$  (د)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

٢٤ وضع جسم على مستوى خشن مائل وكانت زاوية احتكاك الجسم مع المستوى  $L$  وكان المستوى يميل على

الأفقى بزاوية قياسها  $\theta$  فإن الجسم يظل مترناً إذا وفقط إذا كان .....

- (أ)  $\theta < L$  (ب)  $\theta \leq L$   
(ج)  $\theta \geq L$  (د)  $\theta = L$



# ملخص الوحدة الثانية

## العزم

### تذكر متجه عزم قوة بالنسبة لنقطة

\* إذا كان ( $\vec{r}$ ) متجه الموضع لأي نقطة  $P$  على خط عمل القوة  $\vec{F}$  بالنسبة لنقطة  $O$

فإن : متجه عزم  $\vec{F}$  بالنسبة لنقطة  $O$  ( $\vec{M}_O$ )  $\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$

\* إذا كانت  $\theta$  قياس الزاوية الصغرى بين المتجهين  $\vec{r}$  ،  $\vec{F}$  عند

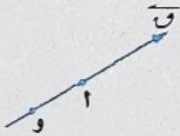
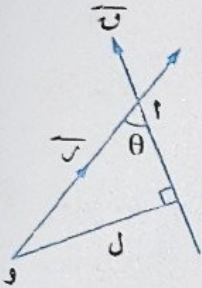
رسمهما خارجين من نفس النقطة ،  $L$  طول العمود الساقط من  $O$

على خط عمل  $\vec{F}$  ،  $\vec{M}_O$  متجه وحدة في اتجاه متجه العزم

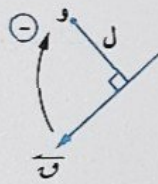
فإن :  $\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F} = M \vec{u}$  ،  $M = r F \sin \theta$  ،  $\vec{u}$  متجه وحدة في اتجاه متجه العزم

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F} = M \vec{u} \Rightarrow M = \frac{\|\vec{M}_O\|}{\|\vec{u}\|} = \frac{\|\vec{M}_O\|}{1} = \|\vec{M}_O\|$$

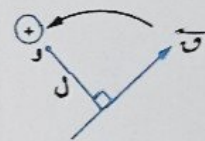
• القياس الجبري للعزم  $M$  :



$M = 0$  = صفر  
خط عمل  $\vec{F}$  يمر بـ  $O$



$M = -r F$   
اتجاه دوران  $\vec{F}$  حول  $O$   
مع اتجاه حركة عقارب الساعة



$M = r F$   
اتجاه دوران  $\vec{F}$  حول  $O$   
ضد اتجاه حركة عقارب الساعة

### تذكر أن

① عزم قوة بالنسبة لنقطة ثابت لا يتوقف على موضع نقطة تأثير القوة على خط عمل  $\vec{F}$

② مبدأ العزوم (نظرية فارينون) : عزم قوة  $\vec{F}$  بالنسبة لنقطة يساوي مجموع عزوم مركبات هذه القوة بالنسبة لنفس النقطة.

③ نظرية العزوم : المجموع الجبري لعزوم مجموعة من القوى حول أي نقطة يساوي عزم المحصلة حول نفس النقطة.

لاحظ أنه :

① إذا كانت :  $\exists$  خط عمل  $\vec{F}$  فإن :  $\vec{M}_O = 0$

وبصفة عامة : المجموع الجبري لعزوم مجموعة من القوى حول أي نقطة على خط عمل المحصلة يساوي الصفر

② إذا كان :  $\vec{M}_O = \vec{M}_P$  فإن :  $\vec{r}_{OP} \parallel \vec{F}$

وبصفة عامة : إذا كان مجموع عزوم عدة قوى مستوية حول  $O$  = مجموع عزوم هذه القوى حول  $P$  فإن خط عمل المحصلة

يوازي  $\vec{OP}$



③ إذا كان :  $\vec{G}_1 = -\vec{G}_2$  فإن خط عمل  $\vec{G}$  ينصف  $\vec{AB}$

وبصفة عامة : إذا كان مجموع عزوم عدة قوى مستوية حول  $A = -$  مجموع عزوم هذه القوى حول  $B$  فإن خط عمل المحصلة ينصف  $\vec{AB}$

④ إذا أثرت قوة  $\vec{G}$  في مستوى ما وكان  $A$  ينتمي لمستوى  $\vec{G}$  وكانت  $\vec{G}$  تقسم  $\vec{AB}$  بنسبة  $m : n$

فإن :  $n\vec{G}_1 + m\vec{G}_2 = \vec{G}$  وإذا كانت  $\vec{G}$  منتصف  $\vec{AB}$  فإن :  $\vec{G}_1 + \vec{G}_2 = 2\vec{G}$

⑤ إذا أثرت قوة  $\vec{G}$  في مستوى متوازي أضلاع  $A$  سحز وكان  $\vec{G}_1, \vec{G}_2, \vec{G}_3$  هي القياسات الجبرية لعزم القوة حول رؤوس

متوازي الأضلاع الأربعة على الترتيب فإن :  $\vec{G}_1 + \vec{G}_2 = \vec{G}_3 + \vec{G}_4$

### تذكر عزم قوة بالنسبة لنقطة في نظام إحداثي ثنائي البعد

إذا كانت القوة  $\vec{G} = \vec{G}_1\vec{e}_1 + \vec{G}_2\vec{e}_2 + \vec{G}_3\vec{e}_3$  تؤثر في نقطة  $A$  متجه موضعها بالنسبة للنقطة  $O$  هو  $\vec{r} = (x, y, z)$  فإن :

$$\vec{G}_O = \vec{r} \times \vec{G} = (x, y, z) \times (\vec{G}_1, \vec{G}_2, \vec{G}_3) = (\vec{G}_2\vec{e}_1 - \vec{G}_1\vec{e}_2 - \vec{G}_3\vec{e}_3)$$

### تذكر عزم قوة بالنسبة لنقطة في نظام إحداثي ثلاثي البعد

إذا كانت القوة  $\vec{G} = \vec{G}_1\vec{e}_1 + \vec{G}_2\vec{e}_2 + \vec{G}_3\vec{e}_3$  تؤثر في نقطة  $A$  متجه موضعها بالنسبة للنقطة  $O$  هو  $\vec{r} = (x, y, z)$  فإن :

$$\vec{G}_O = \vec{r} \times \vec{G} = (x, y, z) \times (\vec{G}_1, \vec{G}_2, \vec{G}_3)$$

$$\begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ x & y & z \\ \vec{G}_1 & \vec{G}_2 & \vec{G}_3 \end{vmatrix} =$$

$$= (\vec{G}_2\vec{e}_1 - \vec{G}_1\vec{e}_2 - \vec{G}_3\vec{e}_3) + (\vec{G}_3\vec{e}_1 - \vec{G}_1\vec{e}_2 - \vec{G}_2\vec{e}_3) + (\vec{G}_1\vec{e}_1 - \vec{G}_2\vec{e}_2 - \vec{G}_3\vec{e}_3)$$

لاحظ أن :

① طول العمود الساقط من  $O$  على خط عمل  $\vec{G}$   $= \frac{\|\vec{G}_O\|}{\|\vec{G}\|}$

② إذا كانت القوة  $\vec{G}$  تؤثر في نقطة  $A$  فإن : عزم  $\vec{G}$  حول نقطة  $B = \vec{B} \times \vec{G}$

③  $\vec{G}_O = \vec{G}_1\vec{e}_1 + \vec{G}_2\vec{e}_2 + \vec{G}_3\vec{e}_3$  حيث :

$\vec{G}_1 = \vec{G} \cdot \vec{e}_1$  (مركبة العزم في اتجاه محور  $\vec{e}_1$ ) «حول محور  $\vec{e}_1$ »

$\vec{G}_2 = \vec{G} \cdot \vec{e}_2$  (مركبة العزم في اتجاه محور  $\vec{e}_2$ ) «حول محور  $\vec{e}_2$ »

$\vec{G}_3 = \vec{G} \cdot \vec{e}_3$  (مركبة العزم في اتجاه محور  $\vec{e}_3$ ) «حول محور  $\vec{e}_3$ »

④ ينعدم عزم قوة حول محور في الحالتين :

(١) إذا اشترك خط عمل القوة مع المحور في نقطة على الأقل.

(٢) إذا كانت القوة متوازي المحور.



# اختبار على الوحدة الثانية

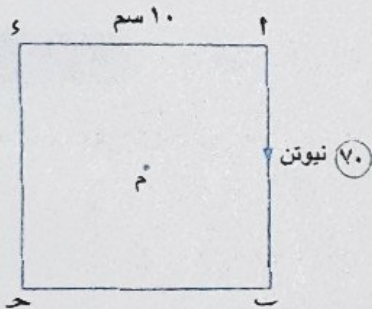
١ إذا كانت :  $\vec{r} = (2, -2, 4)$  تؤثر في النقطة  $(1, 1, 1)$  فإن مركبة عزم  $\vec{r}$  حول محور ع تساوى .....

- ٧ (أ) ٢- (ب) ٥- (ج) ٢ (د)

٢ إذا كانت :  $\vec{r} = 2\vec{s} - 5\vec{v}$  تؤثر في النقطة  $2(1, -1)$  فإن عزم القوة  $\vec{r}$  بالنسبة لنقطة الأصل يساوى .....

- ٢- (أ) ٢ (ب) ٨ (ج) ٨- (د) ٨- (د)

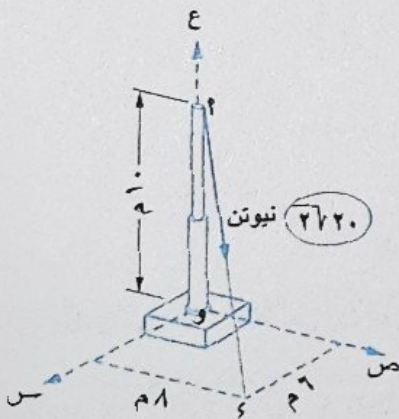
٣ في الشكل المقابل :



قوة مقدارها ٧٠ نيوتن تؤثر في  $A$  حيث  $A$  حـ مربع طول ضلعه ١٠ سم فإن معيار عزم القوة بالنسبة لمركز المربع يساوى .....

- ٢٥٠ (أ) ٢٥٠ (ب) ٧٠٠ (ج) ٧٠٠ (د) ٣٥٠

٤ في الشكل المقابل :



تؤثر قوة مقدارها ٢٠٠ نيوتن في نقطة  $A$

فإن عزم القوة بالنسبة للنقطة  $O$  = ..... نيوتن.متر.

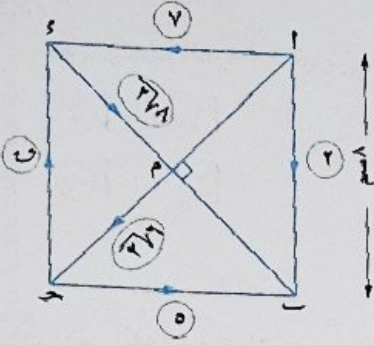
- (أ)  $160\vec{s} - 120\vec{v}$   
(ب)  $160\vec{s} + 120\vec{v}$   
(ج)  $160\vec{s} - 120\vec{v}$   
(د)  $160\vec{s} + 120\vec{v}$

٥ إذا كانت القوة  $\vec{r} = 2\vec{s} - 5\vec{v}$  تؤثر في نقطة  $A$  التي متجه موضعها بالنسبة لنقطة الأصل هو  $\vec{r} = (2, 1, 1)$  وكانت مركبتا عزم  $\vec{r}$  حول المحورين  $s$ ،  $v$  هما  $-1$ ،  $-8$  على الترتيب. فإن :  $\vec{r} = \vec{m} + \vec{k} =$  .....

- ١٤- (أ) ١- (ب) ١٥- (ج) ١٤ (د)



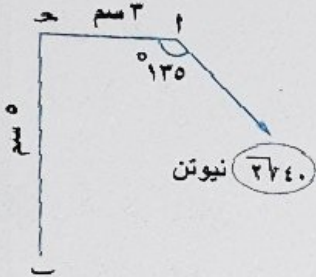
٦ في الشكل المقابل :



١ ح ٤ مربع طول ضلعه ٨ سم. أثرت القوى التي مقاديرها ٢ ، ٥ ،  
 ٧ ، ٦ ، ٨ ، ٢ ثقل جرام في أ ب ، ح ب ، ح د ، د أ ،  
 أ ح ، د ب على الترتيب فإذا كان خط عمل محصلة القوى يوازي أ ح  
 فإن :  $\theta = \dots\dots\dots$  ث.جـم.

- 12  $\odot \rightarrow$

٧ في الشكل المقابل :



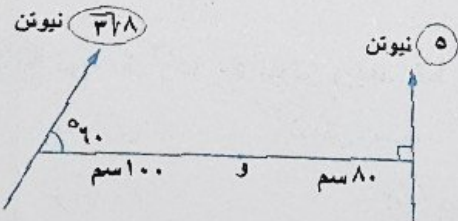
معيار عزم القوة  $\mathcal{M} = 40 \text{ نيوتن حول النقطة ب}$   
يساوي ..... نيوتن.سم.

- $$\sqrt{12} \text{ (ج)}$$

إذا كانت القوة  $\vec{F} = \vec{S} - \vec{P}$  تؤثر في النقطة  $Q(2, 3)$  فإن طول العمود الساقط من النقطة  $P(1, 2)$  على خط عمل  $\vec{F}$  يساوي ..... وحدة طول.

- $$\frac{\sqrt{0}}{2} \quad (i)$$

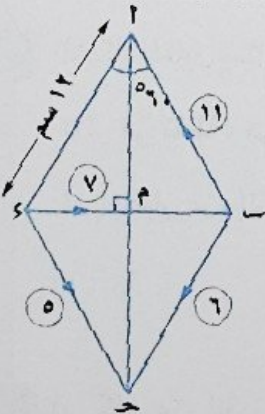
في الشكل المقابل :



مجموع عزوم القوى حول نقطة (و) يساوی ..... نیوتن.سم.

۴. (۲)

١٠ في الشكل المقابل :



في الشكل المقابل :

أحـ : معين طول ضلعه ١٢ سم ،  $\angle D = 60^\circ$  ، أثرت القوى التي مقاديرها ١١ ، ٦ ، ٥ ، ٧ نيوتن في  $A$  ،  $B$  ،  $C$  ،  $D$  على الترتيب .

فإن : معيار عزم محصلة مجموعة القوى حول  $A$  = ..... نيوتن.سم.

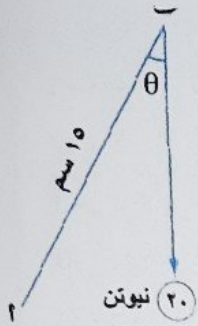
(٣١٦)

- २५२७ (७)

11 إذا كانت  $\vec{a} // \vec{b}$  ،  $\vec{a} \exists \vec{a}$  وكان  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$  فإن  $\vec{c} = \vec{a}$  .....  
 (ج) ٦ (د) ٤

- 12 (i)





١٢ في الشكل المقابل :

مقدار عزم القوة ٢٠ نيوتن حول النقطة أ =

ب)  $[20, 0]$

أ)  $[10, 0]$

د)  $[300, 0]$

ج)  $[30, 0]$

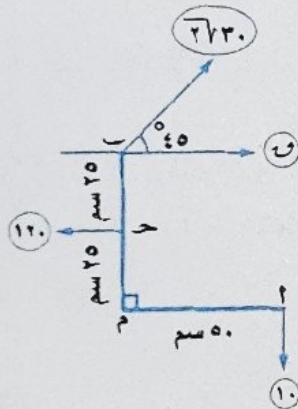
١٣ تؤثر القوة  $\vec{F} = 4\vec{S} + \vec{E} - \vec{G}$  في نقطة أ متجه موضعها بالنسبة لنقطة الأصل (و) هو $\vec{r} = (2, 2, 1)$  فإذا كانت مركبة عزم القوة  $\vec{F}$  حول محور ص تساوي ٧ وحدات عزمفإن :  $\vec{E} =$ 

د) ٤

ج) ٣

ب) ٢

أ) ١



١٤ في الشكل المقابل :

إذا كان : أ م ب قضيب مهمل الوزن

فإذا انعدم المجموع الجبري لعزوم القوى حول م

فإن :  $\vec{C} =$  ..... ث.كجم

ب) ١٥

أ)  $10\sqrt{2}$

د) ١٠

ج) ٢٠

١٥ قوة مقدارها ٥٠ نيوتن ويبعد خط عملها عن نقطة أ مسافة ٨ سم فإن معيار عزمها حول أ

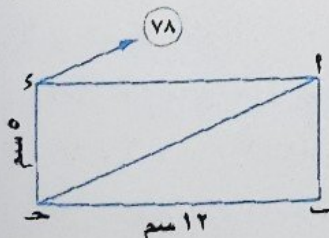
يساوي ..... نيوتن.سم.

د) ٤٠٠

ج) ٢٠٠

ب) صفر

أ) ٤٠



١٦ الشكل المقابل يمثل مستطيل والقوة التي مقدارها ٧٨ نيوتن

تؤثر في نقطة د في اتجاه يوازي أ ح

فإن معيار عزم القوة حول نقطة ب = ..... نيوتن.سم.

د) ١٤٤٠

ج) ٧٢٠

ب) ٣٦٠

أ) ٦٠

١٧ إذا كان عزم القوة  $\vec{F} = 2\vec{S} - \vec{V} - \vec{H}$  حول نقطة د هو  $21\vec{V} + 7\vec{H}$  فإن طول العمود الساقط من هذه

النقطة على خط عمل القوة بوحدات الطول يساوي .....

د)  $10\sqrt{2}$

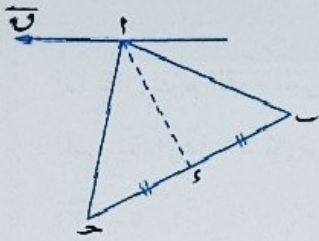
ج) ٧

ب)  $\frac{1}{10\sqrt{2}}$

أ)  $\frac{1}{7}$



## ١٨ في الشكل المقابل :



إذا أثرت قوة  $\vec{Q}$  في مستوى المثلث  $ABC$  وكان  $ج = 8$  نيوتن. سم ،  $ح = 12$  نيوتن. سم. فإن :  $ع =$  ..... نيوتن. سم.

(أ) ٤ (ب) ١٠ (ج) ٢٠ (د) ٤٠

## ١٩

ثلاث قوى  $\vec{Q}_1$  ،  $\vec{Q}_2$  ،  $\vec{Q}_3$  تؤثر في  $(2, 2)$  فإذا كانت :  $\vec{Q}_1 = 2\vec{s} + 4\vec{v}$  ،  $\vec{Q}_2 = 2\vec{s} - 2\vec{v}$  ،  $\vec{Q}_3 = 3\vec{s} - 4\vec{v}$  فإن مجموع عزوم هذه القوى حول نقطة الأصل يساوي .....

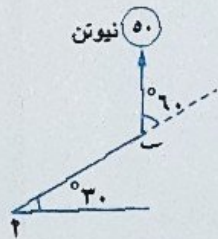
(أ) ٦ ع (ب) ١٢ ع (ج) ٦- ع (د) ١٢- ع

## ٢٠

إذا كان عزم القوة  $\vec{Q} = 3\vec{s} - 4\vec{v}$  بالنسبة لنقطة  $B(2, -1)$  هو  $-16$  ع فإن خط عمل  $\vec{Q}$  يمر بالنقطة .....

- (أ)  $(-3, 11)$  (ب)  $(2, -5)$  (ج)  $(1, 0)$  (د)  $(-1, 11)$

## ٢١ في الشكل المقابل :



إذا كان عزم القوة  $50$  نيوتن حول النقطة  $A$  يساوي  $100$  نيوتن. سم. فإن :  $AB =$  ..... سم.

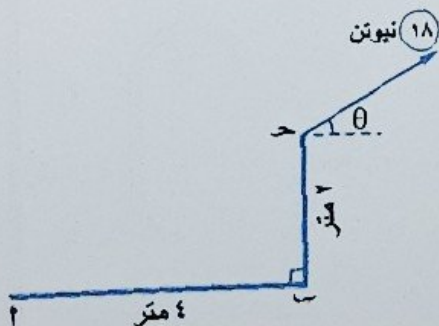
(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٥

## ٢٢

إذا أثرت قوة  $\vec{Q}$  في مستوى المستطيل  $ABCD$  وكانت  $M$  هي نقطة تقاطع قطريه وكان  $ج = 28$  نيوتن. متر ،  $ح = 24$  نيوتن. متر. فإن :  $ع =$  ..... نيوتن. متر.

(أ) ٤- (ب) ١٠ (ج) ٢٠ (د) ٧٦

## ٢٣ في الشكل المقابل :

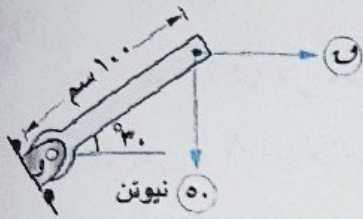


إذا كان عزم القوة  $18$  نيوتن حول النقطة  $A$  يساوي صفر فإن :  $\theta =$  .....

- (أ)  $\frac{2}{4}$  (ب)  $\frac{2}{3}$  (ج)  $\frac{1}{3}$  (د)  $\frac{1}{4}$



٢٤ في الشكل المقابل :



إذا كان عزم القوة التي مقدارها ٥٠ نيوتن حول نقطة «و» يساوى عزم القوة التي مقدارها ٥٠ نيوتن حول نقطة «و» فإن :  $٥٠ = \dots\dots\dots$  نيوتن.

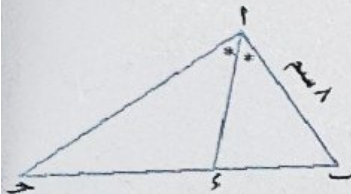
ب) ٥٠  $\sqrt{3}$

ا) ٥٠

د) ٢٥٠٠

ج) ١٠٠  $\sqrt{3}$

٢٥ في الشكل المقابل :



إذا كان  $\vec{A}$  ينصف  $\vec{D}$  والقوة  $\vec{B}$  تقع فى مستوى

المثلث  $A-B-C$  وكان :  $ج = ٥$  وحدة عزم

،  $ج = ١٠$  وحدة عزم

،  $ج = ٧$  وحدة عزم وكان :  $A-B = ٨$  سم

فإن :  $A-C = \dots\dots\dots$  سم

ا) ٩

ب) ١٠

ج) ١٢

د) ١٦



# اختبار تراكمي على الوجدتين الأولى والثانية

١ في الشكل المقابل :

Δ ب ح متساوي الساقين فيه : ب ح = ح ق = ق سم ، و (د ح) = ١٥٠° فإذا أثرت القوة و في ب ح وكانت و = ١٥ نيوتن فإن القياس الجبري لعزم القوة و حول ق يساوي ..... نيوتن.سم.



ب) ٣٧٢٠

٢٠ (أ)

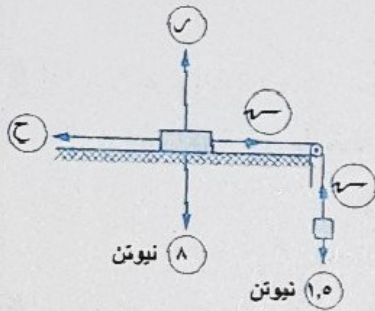
د) ٣٠

ج) ٣٧٢٠

٢ في الشكل المقابل :

إذا كان معامل الاحتكاك السكوني يساوي  $\frac{1}{4}$  والجسم متزنًا على المستوى

فإن .....



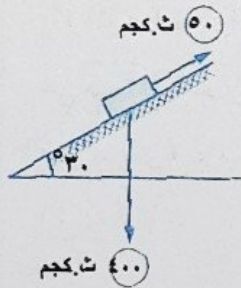
أ) رد الفعل المحصل يكون عمودياً على المستوى.

ب) ح = ٢ نيوتن.

ج) الاحتكاك بين الجسم والمستوى يكون نهائياً.

د) الاحتكاك بين الجسم والمستوى يكون ليس نهائياً.

٢ في الشكل المقابل :



وضع جسم وزنه ٤٠٠ ث.جم على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية

قياسها ٣٠° ومعامل الاحتكاك السكوني بينه وبين الجسم  $\frac{3}{4}$  ، أثرت

على الجسم قوة مقدارها ٥٠ ث.جم في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى

لأعلى فإذا كان الجسم متزنًا فإن قوة الاحتكاك = ..... ث.جم.

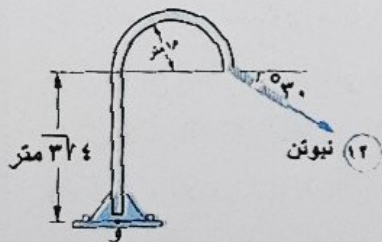
د) ٢٠٠

ج) ١٠٠

ب) ٥٠

أ) ١٥٠

٤ في الشكل المقابل :



معيار عزم القوة التي مقدارها ١٢ نيوتن

بالنسبة لنقطة (و) يساوي ..... نيوتن.متر.

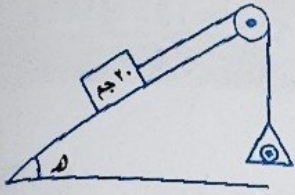
ب) ٦٠

٣٠ (أ)

د) ١٩٠

ج) ٩٠





٥ في الشكل المقابل :

إذا كان طائد  $\frac{4}{3}$  وكتلة كفة الميزان تساوي ٧ جم وكتلة الجسم على المستوى  
تساوي ٢٠ جم. وكان معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوى يساوي  $\frac{1}{3}$   
فإن الثقل الذي يوضع في الكفة حتى تنعدم قوة الاحتكاك يساوي ..... ث.جم.

١٢ (د)

١١ (ج)

١٠ (ب)

٩ (ا)

٦ وضع جسم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  فانزلق مباشرة لأسفل المستوى  
فإن .....

$$\frac{\sqrt{3}}{2} >$$

(ب) معامل الاحتكاك السكوني  $\mu > \frac{\sqrt{3}}{2}$ (ا) قياس زاوية الاحتكاك  $= 30^\circ$ 

(د) وزن الجسم يساوي قوة الاحتكاك الحركي.

$$\frac{\sqrt{3}}{2} <$$

(ج) معامل الاحتكاك الحركي  $\mu < \frac{\sqrt{3}}{2}$ 

٧ إذا كان عزم القوة  $\vec{F} = 2\vec{s} + 3\vec{v} - 6\vec{e}$  حول نقطة الأصل يساوي  $5\vec{s} + 2\vec{v} - 6\vec{e}$  وكانت هذه القوة تمر بالنقطة (م، ٢، ٤) فإن : م + ٤ = .....

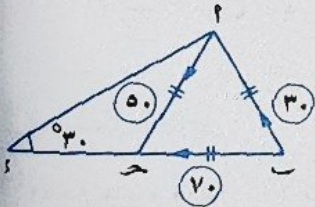
١ (ا)

٢ (ب)

٣ (ج)

٤ (د) صفر

٨ في الشكل المقابل :



١ = ٢ = ٣ = ٤ = ١٢ سم ،  $30^\circ = (\text{د} \text{ و} \text{ هـ})$

إذا أثرت القوى التي مقاديرها ٧٠ ، ٥٠ ، ٣٠ نيوتن

في ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١١ ، ١٢ على الترتيب

فإن مجموع عزوم هذه القوى حول نقطة س = ..... نيوتن.سم

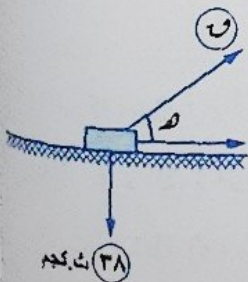
٣٦٠٠ (د)

٣٦٠ (ج)

٣٦٠ (ب)

٣٦٠ (ا)

٩ في الشكل المقابل :



جسم وزنه ٢٨ ث.كجم يكون على وشك الحركة تحت تأثير وزنه

إذا وضع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية ظلها  $\frac{1}{4}$

فإذا وضع هذا الجسم على مستوى أفقى في نفس خشونة المستوى

المائل كما بالشكل المقابل وأثرت عليه قوة شد مقدارها (٣٨) إلى أعلى

تصنع مع الأفقى زاوية ظلها  $\frac{3}{4}$  وتقع في مستوى رأسى فجعلته على

وشك الحركة ، فإن مقدار هذه القوة = ..... ث.كجم.

١٠ (د)

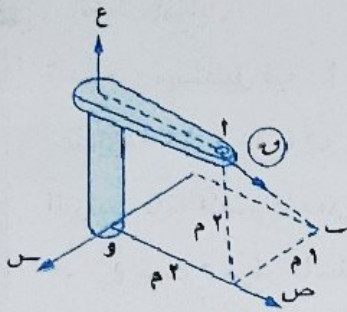
١٥ (ج)

٢٠ (ب)

٢٥ (ا)



١٠ في الشكل المقابل :



عزم القوة  $W = 14 \times 5$  نيوتن حول النقطة و يساوى .....

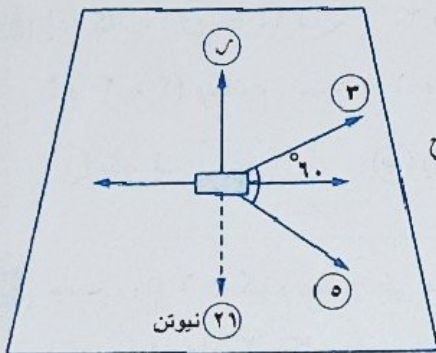
أ -  $56 - 28 - 28 + 28$

ب -  $56 - 28 - 28 + 28$

ج -  $56 - 28 - 28 - 28$

د -  $14 - 28 - 28$

١١ في الشكل المقابل :



وضع جسم وزنه ٢١ نيوتن على مستوى أفقى خشن وأثرت عليه قوتان أفقيتان مقدارهما ٣ ، ٥ نيوتن وتحصران بينهما زاوية قياسها ٦٠° فأصبح الجسم على وشك الحركة فإن معامل الاحتكاك السكونى يساوى .....

أ -  $\frac{1}{3}$

ب -  $\frac{1}{5}$

ج -  $\frac{3}{5}$

د -  $\frac{5}{3}$

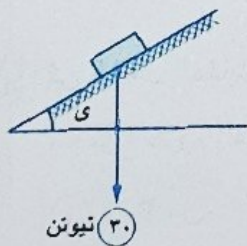
١٢ القوتان  $\vec{P} = 2\vec{s} - \vec{v}$  ،  $\vec{Q} = \vec{P} + 4\vec{v}$  تؤثران فى النقطة (١ ، ١) فإن : طول العمود الساقط من النقطة ب (١ ، ٢) على خط عمل محصلة القوتين يساوى ..... وحدة طول.

أ -  $\frac{5}{3}$

ب -  $\frac{3}{5}$

ج - ٥

د - ٣



١٣ جسم وزنه ٣٠ نيوتن موضوع على مستوى مائل خشن لوحظ أن الجسم يكون على وشك الانزلاق إذا كانت زاوية ميل المستوى على الأفقى تساوى ما  $\frac{5}{13}$  فإذا زيد ميل المستوى بحيث أصبحت زاوية ميل المستوى تساوى ما  $\frac{3}{5}$  كما بالشكل المقابل فإن : مقدار أقل قوة تؤثر على الجسم موازية لخط أكبر ميل للمستوى لتمنعه من الانزلاق يساوى ..... نيوتن.

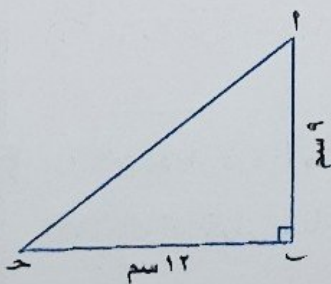
أ - ٨

ب - ٣٠

ج - ١٦

د - ١٠

١٤ فى الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث قائم الزاوية فى ب فيه :  $AB = 9$  سم ،  $BC = 12$  سم أثرت قوة  $W$  فى مستوى المثلث بحيث كان القياس الجبرى لعزم  $W$  حول أ يساوى القياس الجبرى لعزم  $W$  حول ح يساوى ٣٦ نيوتن.سم ، القياس الجبرى لعزم  $W$  حول ب يساوى ٧٢ نيوتن.سم فإن :  $W =$  ..... نيوتن.

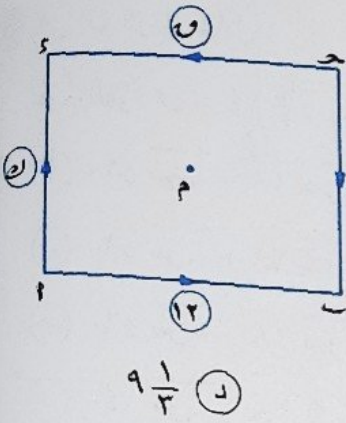
أ - ١٠

ب - ١٥

ج - ٣٦

د - ٧٢





١٥ في الشكل المقابل :

١- حـ مستطيل فيه :  $٨ = ١$  سم ،  $٦ = ٢$  سم ، أثرت قوى مقاديرها ١٢ ، ١٠ ، ٨ ، ٦ نيوتن في أ ، ب ، ج ، د ، هـ ، ز ، حـ ، ط على الترتيب فإذا انعدم المجموع الجبري لعزوم هذه القوى حول كل من النقطتين حـ ، م حيث م مركز المستطيل. فإن :  $٨ + ٦ = \dots$  نيوتن.

١)  $١٢ \frac{1}{3}$

٢) ٩

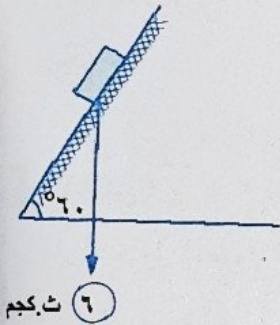
٣)  $٢٢ \frac{1}{3}$

٤)  $٩ \frac{1}{3}$

١٦ إذا كانت :  $\vec{u} = ١٠\vec{s} + ٢٠\vec{v}$  ،  $\vec{w} = ١٠\vec{v} - ٣٠\vec{s}$  يؤثران في النقطة

٢ (٢ ، ٢) وكانت :  $\vec{b} = (١ ، ٥)$  ،  $\vec{c} = (-٢ ، ١)$  فإن خط عمل المحصلة

- ١) ينصف  $\vec{b}$  ٢) يوازي  $\vec{b}$  ٣) يمر بالنقطة  $\vec{b}$  ٤) يمر بالنقطة حـ



١٧ جسم وزنه ٦ ث.كجم وضع على مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٢٠° فكان على وشك الانزلاق وإذا زادت زاوية ميل المستوى إلى ٦٠° كما بالشكل المقابل فإن مقدار أقل قوة تحفظ توازن الجسم وتعمل في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى هو

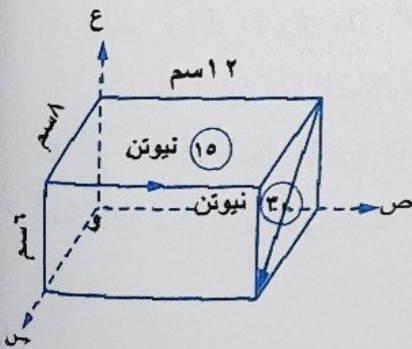
١) ٢

٢)  $٣\sqrt{٢}$

٣)  $٣\sqrt{٢}$

٤)  $٣\sqrt{٣}$

١٨ في الشكل المقابل :



مجموع عزوم القوى بالنسبة للنقطة (و) =

١)  $٢٠٦\vec{s} + ١٤٤\vec{v} + ١٦٨\vec{w}$

٢)  $٢٠٦\vec{s} - ١٤٤\vec{v} - ١٦٨\vec{w}$

٣)  $٢٠٦\vec{s} - ١٤٤\vec{v} - ١٦٨\vec{w}$

٤)  $٢٠٦\vec{s} - ١٤٤\vec{v} + ١٦٨\vec{w}$

١٩ إذا كان مقدار قوة الاحتكاك النهائي ٣٠ نيوتن ، مقدار قوة رد الفعل المحصل ٥٠ نيوتن فإن معامل

الاحتكاك السكوني يساوي

١)  $\frac{٩}{١٦}$

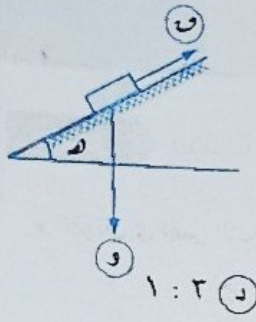
٢)  $\frac{٢}{٥}$

٣)  $\frac{٤}{٣}$

٤)  $\frac{٤}{٥}$



٢٠ في الشكل المقابل :



وضع جسم وزنه (و) على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  أثرت عليه قوة  $10$  فى اتجاه خط أكبر ميل إلى أعلى فكان على وشك الحركة عندما كانت  $10 = \left(\frac{2}{5}\right)$  نيوتن أ،  $10 = \left(\frac{4}{5}\right)$  نيوتن فإن طاه : طال = .....

١ : ٢ (أ)

٢ : ٣ (ب)

٣ : ١ (ج)

١ : ٣ (د)

٢١ إذا أثرت قوة  $\vec{F}$  فى مستوى  $\Delta$  بـ  $2$  حـ وكان  $\vec{F}_1 = 2\vec{F}_2$  وكانت  $\vec{F}$  منتصف  $\vec{A}$

فإن :  $\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \vec{F}$  .....  $\vec{F}_1$

$\frac{1}{2}$  (أ)

$\frac{2}{3}$  (ب)

$\frac{4}{3}$  (ج)

$2$  (د)

٢٢ إذا كانت :  $\vec{F} \neq \vec{0}$  فإن جميع ما يلى صحيح ما عدا .....

(أ) خط عمل  $\vec{F}$  //  $\vec{A}$  فإن :  $\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \vec{F}$

(ب) خط عمل  $\vec{F}$  ينصف  $\vec{A}$  فإن :  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}$

(ج) إذا كانت :  $\vec{F} \perp$  لخط عمل  $\vec{F}$  فإن :  $\vec{F}_1 \neq \vec{F}_2$

(د) إذا كان خط عمل  $\vec{F}$  يعمل فى  $\vec{A}$  فإن :  $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{F}$

٢٣ إذا كان قياس الزاوية بين رد الفعل العمودى ورد الفعل المحصل  $\theta$  عندما يكون الاحتكاك نهائى وقياس الزاوية بين رد الفعل المحصل وقوة الاحتكاك السكونى النهائى  $\theta_2$  فإن معامل الاحتكاك السكونى = .....

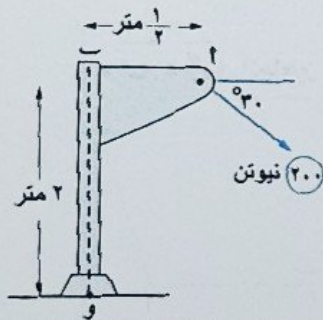
$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (أ)

$\sqrt{2}$  (ب)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (ج)

$\frac{1}{2}$  (د)

٢٤ في الشكل المقابل :



معيار عزم القوة حول النقطة (و) = ..... نيوتن.متر.

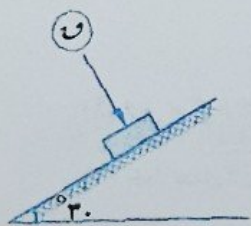
١٩٨,٧ (أ)

٢٨٦,٦ (ب)

٣٠٢,٥ (ج)

٣٩٦,٤ (د)

٢٥ في الشكل المقابل :



جسم وزنه ١٢ ث.كجم موضوع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  وكان معامل الاحتكاك بين الجسم والمستوى  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  فإن أقل قوة عمودية على المستوى وتحفظ الجسم فى حالة اتزان = ..... ث.كجم.

$\sqrt{2} 4$  (أ)

$\sqrt{2} 9$  (ب)

$\sqrt{2} 12$  (ج)

$\sqrt{2} 18$  (د)

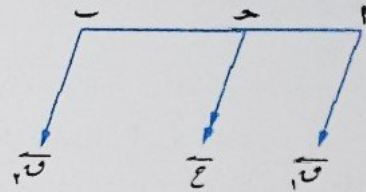


# ملخص الوحدة الثالثة

## القوى المتوازية المستوية

### تذكر • محصلة قوتين متوازيتين

• القوتان في نفس الاتجاه :



$$R = F_1 + F_2$$

(1) اتجاه  $\vec{R}$  في نفس اتجاه القوتين.

(2) نقطة تأثير المحصلة  $\vec{R}$  تقسم  $\vec{AB}$  من الداخل

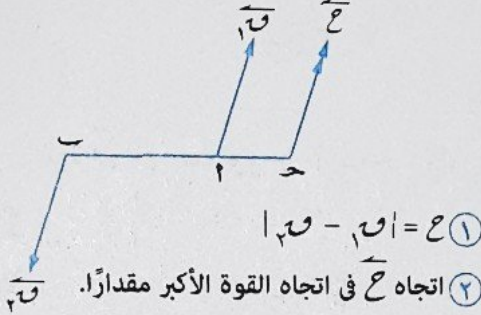
$$\text{بحيث } \vec{AR} \times F_2 = \vec{BR} \times F_1$$

(3) ومن قوانين التناسب يمكن استنتاج أن :

$$\frac{R}{AB} = \frac{F_2}{AR} = \frac{F_1}{BR}$$

لاحظ أنه :

• القوتان متضادتان في الاتجاه :



$$R = |F_1 - F_2|$$

(1) اتجاه  $\vec{R}$  في اتجاه القوة الأكبر مقدارًا.

(2) نقطة تأثير المحصلة تقسم  $\vec{AB}$  من الخارج

$$\text{بحيث } \vec{AR} \times F_2 = \vec{BR} \times F_1$$

(3) ومن قوانين التناسب نجد أن :

$$\frac{R}{AB} = \frac{F_2}{AR} = \frac{F_1}{BR}$$

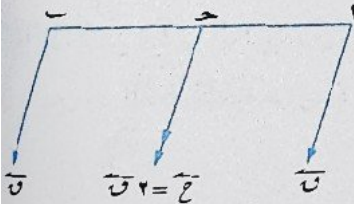
(1) إذا كانت :  $F_1 = F_2 = F$  ،  $\vec{F}_1 // \vec{F}_2$  وفي نفس الاتجاه

(2)  $\vec{R}$  في نفس اتجاه القوتين.

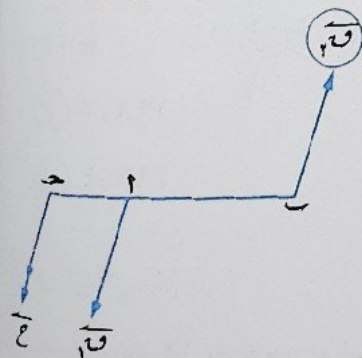
فإن :  $R = 2F$

(3) نقطة تأثير المحصلة  $\vec{R}$  في منتصف  $\vec{AB}$

(4) إذا عُلِّمت إحدى القوتين المتوازيتين  $\vec{F}_1$  وعُلِّمت محصلتهما  $\vec{R}$  فإن :



•  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{R}$  في نفس الاتجاه ،  $R > F_1$



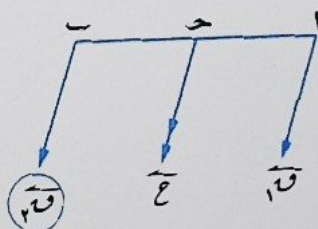
$$R = F_1 + F_2$$

(1) خط عمل  $\vec{R}$  يقع خارج خطي

عمل  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  من ناحية  $\vec{F}_1$

(2)  $\vec{R}$  في اتجاه مضاد لاتجاه  $\vec{F}_1$

•  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{R}$  في نفس الاتجاه ،  $R < F_1$



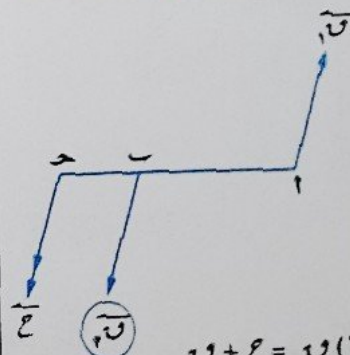
$$R = F_1 - F_2$$

(1) خط عمل  $\vec{R}$  يقع خارج خطي

عمل  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  من ناحية  $\vec{F}_1$

(2)  $\vec{R}$  في نفس اتجاه  $\vec{F}_1$

•  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{R}$  في اتجاهين متضادين



$$R = F_1 + F_2$$

(1) خط عمل  $\vec{R}$  يقع بين  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$

(2)  $\vec{R}$  في نفس اتجاه  $\vec{F}_1$



③ إذا كان :  $\vec{F}_1 // \vec{F}_2$  فإن :

①  $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$  حيث  $\vec{F}$  ثابت لا يساوى الصفر

ويكون :  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  في اتجاه واحد إذا كان  $\vec{F} < 0$  .

$\vec{F}_1, \vec{F}_2$  في اتجاهين متضادين إذا كان  $\vec{F} > 0$  .

② ميل المتجه  $\vec{F}_1 =$  ميل المتجه  $\vec{F}_2$

③  $0 = \vec{F}_1 \times \vec{F}_2$

### تذكر ▀ محصلة عدة قوى مستوية متوازية

لتعين محصلة عدة قوى  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$  مستوية متوازية فإن :

مقدار واتجاه المحصلة يتعين من العلاقة :  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$

، نقطة تأثير المحصلة تتعين باستخدام نظرية العزوم وهي :

المجموع الجبري لعزوم عدة قوى متوازية مستوية حول نقطة في مستويها يساوى عزم محصلتها حول نفس النقطة

مع ملاحظة أنه يمكن إيجاد نقطة تأثير المحصلة كالاتي :

بفرض أن نقطة تأثير المحصلة هي (س ، ص) فإن :

$$S = \frac{\sum_{i=1}^n F_i S_i}{\sum_{i=1}^n F_i} = \frac{F_1 S_1 + F_2 S_2 + \dots + F_n S_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n F_i V_i}{\sum_{i=1}^n F_i} = \frac{F_1 V_1 + F_2 V_2 + \dots + F_n V_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$

### تذكر ▀ اتزان مجموعة من القوى المتوازية المستوية

• شروط اتزان عدة قوى متوازية مستوية

① مجموع القياسات الجبرية لهذه القوى (بالنسبة لمتجه وحدة يوازيها) = صفر

② مجموع القياسات الجبرية لعزوم هذه القوى حول أية نقطة في مستويها = صفر

لاحظ أنه :

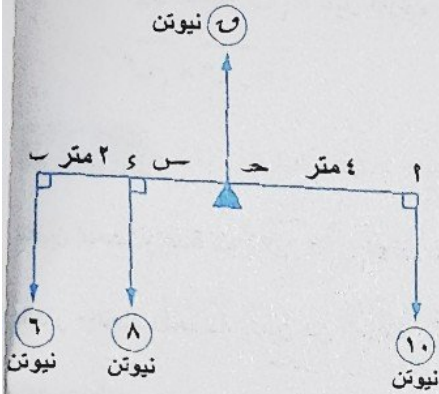
إذا اتزن جسم متماسك تحت تأثير ثلاث قوى متوازية مستوية فإن كل قوة من القوى الثلاثة تساوى في المقدار وتضاد في الاتجاه محصلة القوتين الآخرين ويكون لهما نفس خط العمل.



# اختبار على الوحدة الثالثة

- ١ إذا كانت:  $\vec{u} // \vec{v}$  ،  $u = 5$  نيوتن ،  $v = 3$  نيوتن ، فإن:  $\vec{u} \oplus \vec{v} = \dots$
- (أ)  $\{2, 5\}$  (ب)  $\{8\}$  (ج)  $\{2, 8\}$  (د)  $\{0, 2\}$

٢ في الشكل المقابل:



إذا كان  $\vec{u}$  قضيئاً متزنًا أفقيًا فإن البعد  $u = \dots$  م

- (أ) 28 (ب) 14 (ج) 12 (د) 2

٣ في الشكل المقابل:



$\vec{u}$  قضييب غير منتظم طوله ٨٠ سم ووزنه ٢٠ نيوتن ويؤثر في النقطة  $u$  من القضييب  $\vec{u}$  يرتكز في وضع أفقي على

حاملين عند  $u$  ، حيث:  $u = 10$  سم.  $\vec{u}$  ثقل قدره ٤٠ نيوتن فأصبح القضييب على وشك الدوران حول  $u$  فإن: أكبر ثقل يمكن تعليقه من  $u$  دون أن يختل التوازن مع رفع الثقل المعلق من  $u$  هو .....

- (أ) ٨٠ (ب) ٩٠ (ج) ١٠٠ (د) ١٢٠

٤ إذا كانت:  $\vec{u} // \vec{v}$  ،  $u = 2$  ص ،  $v = 4$  ص ،  $\vec{u} \oplus \vec{v} = \dots$  وحدة

فإن:  $\vec{u}$  يمكن أن تساوى .....

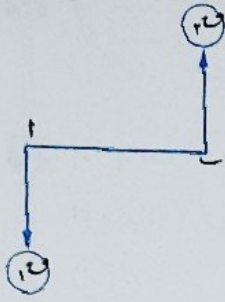
- (أ)  $\vec{u} - \vec{v} = 8$  ص (ب)  $\vec{u} + \vec{v} = 8$  ص (ج)  $\vec{u} - \vec{v} = 8$  ص (د)  $\vec{u} + \vec{v} = 8$  ص

٥ تؤثر القوة  $\vec{u} = 2$  ص -  $\vec{v} = 2$  ص في نقطة  $u(2, 3)$  وتؤثر القوة  $\vec{u} = 4$  ص -  $\vec{v} = 6$  ص في نقطة  $u(1, 3)$  فإن محصلة القوتين  $\vec{u}$  تؤثر في النقطة .....

- (أ)  $(1, -1)$  (ب)  $(0, 1)$  (ج)  $(-1, 0)$  (د)  $(1, 0)$



## ٦ في الشكل المقابل :



قوتان  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  متوازيتان وخط عمل محصلتهما يبعد عن خط عمل الأولى بمقدار ٩ سم وعن خط عمل الثانية بمقدار ١٢ سم فإذا كان مقدار محصلتهما ١٤ نيوتن وكانت القوتان تعملان في اتجاهين متضادين فإن :  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \dots$  نيوتن.

٥٦ (د)

٤٢ (ج)

٩٨ (ب)

١٤ (أ)

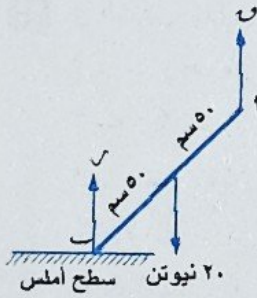
٧ أثرت القوى المتوازية  $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 - \vec{F}_3$  ،  $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 - \vec{F}_3$  ،  $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 - \vec{F}_3$  عند النقط ١ (٣ ، ١) ، ب (٣ ، ٠) ، ج (٢ ، ٥) على الترتيب. فإن : معادلة خط عمل محصلة هذه القوى هي .....

٠ = ٢١ + ص ٢ + س ١٠ (ب)

٠ = ٢١ - ص ١٠ + س ٢ (أ)

٠ = ٢١ - ص ١٠ - س ٢ (د)

٠ = ٢١ - ص ٢ + س ١٠ (ج)



## ٨ في الشكل المقابل :

٩ قضيب منتظم ومتزن تحت تأثير القوى الموضحة بالشكل فإن :  $\vec{F}_1 = \dots$  نيوتن.

١٠ (ب)

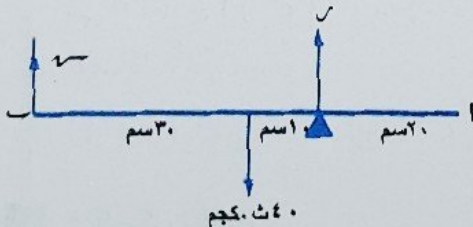
٥ (أ)

٢٠ (د)

١٥ (ج)

## ٩ في الشكل المقابل :

١٠ قضيب منتظم وزنه ٤٠ ث.كجم وطوله ٦٠ سم فإذا كان القضيب مرتكزاً في وضع أفقي على وتد على بُعد ٢٠ سم من ٩ ، ومعلق من طرفه ب بخيط خفيف فإن :  $\vec{F}_1 = \dots$  ث.كجم.



١٠ (أ)

٢٠ (ب)

٤٠ (ج)

٢٠ (د)

١٠ إذا كانت القوة  $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 - \vec{F}_3$  ،  $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 - \vec{F}_3$  ،  $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 - \vec{F}_3$  تؤثر في النقطة (١ ، ٢ ، ٣)

، القوة  $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 - \vec{F}_3$  ،  $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 - \vec{F}_3$  ،  $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 - \vec{F}_3$  تؤثر في النقطة (١ ، ٢ ، ٠)

فإن : محصلة القوتين  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  تؤثر في النقطة .....

(٥ ، ٤ ، ١-) (د)

(٥- ، ٤ ، ١) (ج)

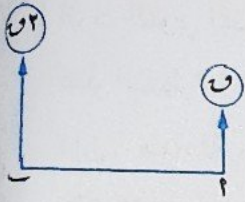
(٤ ، ٥ ، ١-) (ب)

(٥ ، ٤ ، ١) (أ)

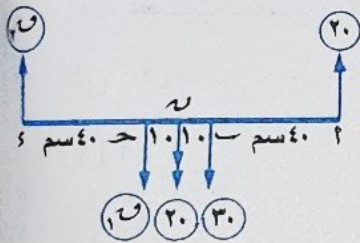


- ١١ إذا كانت :  $\vec{F}_1 // \vec{F}_2$  وفي اتجاهين متضادين فإن :  $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$  .....  
 (أ)  $\vec{F}_1 - \vec{F}_2$  (ب)  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$  (ج)  $\vec{F}_1 \times \vec{F}_2$  (د)  $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$

- ١٢ إذا كانت :  $\vec{F}_1 // \vec{F}_2$  بحيث  $2\vec{F}_1 = \vec{F}_2$  ومحصلتها تبعد عن  $\vec{F}_1$  مسافة ١٥ سم فإن البعد بين المحصلة و  $\vec{F}_1$  يساوى ..... سم.  
 (أ) ٨ (ب) ١٠ (ج) ١٢ (د) ٢٥

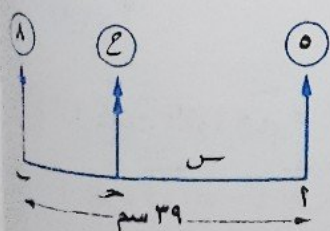


- ١٣ في الشكل المقابل :  
 قوتان متوازيتان وفي نفس الاتجاه مقدارهما  $F_1$  ،  $F_2$  تؤثران في نقطتين  
 ٢ ، ٤ على الترتيب ، إذا تحركت القوة  $F_2$  موازية نفسها في اتجاه  $F_1$   
 مسافة ٣ سم فإن محصلة القوتين تتحرك مسافة قدرها .....  
 (أ)  $\frac{2}{3}$  سم في اتجاه  $F_1$  (ب)  $\frac{2}{3}$  سم في اتجاه  $F_2$   
 (ج)  $\frac{2}{3}$  سم في اتجاه  $F_1$  (د)  $\frac{2}{3}$  سم في اتجاه  $F_2$



- ١٤ في الشكل المقابل :  
 ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ أربع نقط على مستقيم واحد بحيث :  
 ١ = ٢ = ٣ = ٤ = ٤٠ سم. أثرت قوى متوازية مقدارها ٢٠ ، ٣٠ ،  
 ١ ، ٢ نيوتن في النقط ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ على الترتيب بحيث كانت القوتان  
 ٢٠ ، ٢ نيوتن في اتجاه واحد مضاد لاتجاه القوتين ٣٠ ، ١ وكانت  
 محصلتهما ٢٠ نيوتن وفي اتجاه  $F_1$  وخط عملها ينصف  $F_2$   
 فإن :  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 =$  ..... نيوتن.  
 (أ) ٢٠ (ب) ٣٠ (ج) ٤٠ (د) ٥٠

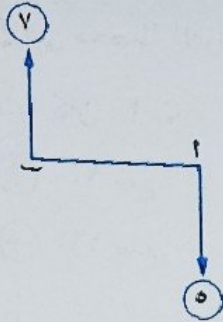
- ١٥ إذا أثرت القوتان  $\vec{F}_1 = 9\vec{S} - 3\vec{V}$  ،  $\vec{F}_2 = 2\vec{S} + 3\vec{V}$   
 في النقطتين ١ (٦ ، ٠) ، ٢ (٨ ، ٠) على الترتيب ، فإن : نقطة تقاطع خط عمل محصلة القوتين مع محور  
 الصادات هي .....  
 (أ) (٢ ، ٠) (ب) (٠ ، ٢) (ج) (١ ، ٠) (د) (٠ ، ١)



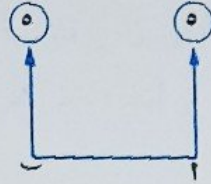
- ١٦ في الشكل المقابل :  
 قوتان متوازيتان ومتحدتا الاتجاه مقدارهما ٨ ، ٥ نيوتن تؤثران في نقطتين  
 ٢ ، ٤ على الترتيب حيث :  $39\text{ سم}$  ومقدار محصلتهما  $F$  وتؤثر في  
 نقطة ح ، إذا أضيف للقوة الأولى قوة أخرى مقدارها  $F$  في نفس الاتجاه فإن  
 المحصلة تتحرك ٨ وحدات. فإن : مقدار  $F =$  ..... نيوتن.  
 (أ) ٤.٥ (ب) ٥.٥ (ج) ٦.٥ (د) ٧.٥



١٧ أى أزواج القوى المتوازية الآتية محصلتهما تؤثر فى منتصف  $\overline{AB}$  ؟



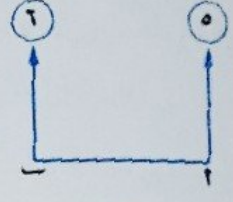
(أ)



(ب)

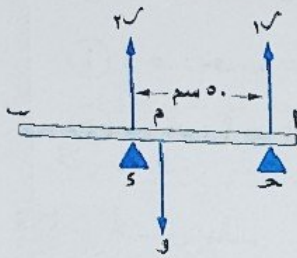


(ج)



(د)

١٨ فى الشكل المقابل :



$\overline{AB}$  قضيب منتظم طوله ١٠٠ سم ، حـ ٥٠ سم

فإن : حـ = .....

لتجعل رد الفعل عند حـ =  $\frac{1}{4}$  رد الفعل عند

(أ) ٤٠

(ب) ١٠

(ج) ٣٧,٥

(د) ١٢,٥

١٩ إذا كانت  $\vec{H}$  هى محصلة القوتان المتوازيتان  $\vec{Q_1}$  ،  $\vec{Q_2}$  وكان :  $\vec{Q_1} > \vec{Q_2}$  فإن : .....

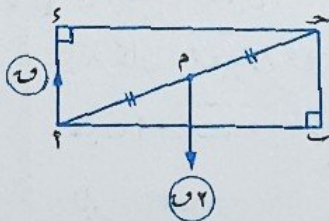
(أ)  $\vec{Q_1}$  ،  $\vec{Q_2}$  متضادان فى الاتجاه.

(ب)  $\vec{Q_1}$  ،  $\vec{Q_2}$  فى نفس الاتجاه.

(ج)  $\vec{H} = \vec{Q_1} - \vec{Q_2}$

(د)  $\vec{H}$  فى اتجاه  $\vec{Q_1}$

٢٠ فى الشكل المقابل :



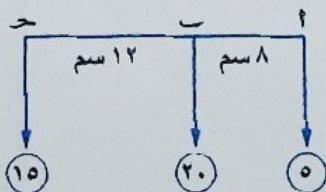
(أ) حـ ٤

(ب) حـ ٢

(ج) حـ ١

(د) حـ ٥

٢١ فى الشكل المقابل :



ثلاث قوى متوازية فإن محصلة هذه القوى تبعد عن نقطة A مسافة ..... سم.

(أ) ٨,٥

(ب) ١١,٥

(ج) ٢٨,٥

(د) ٣١,٥



## ٢٢ في الشكل المقابل :

$\vec{H}$  هي محصلة القوتان المتوازيتان اللتان مقداراهما ١٠٠ ، ٤٠ نيوتن

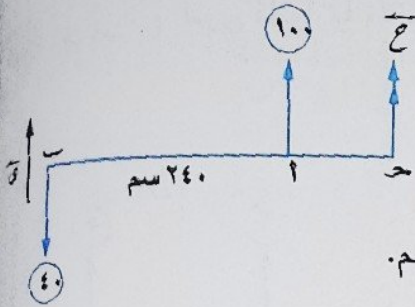
فإذا كان :  $\vec{A} = ٢٤٠$  سم فإن :  $\vec{A}$  ح تساوى .....

(أ) ١٠٠ سم.

(ب) ١٢٠ سم.

(ج) ١٦٠ سم.

(د) ٢٠٠ سم.

٢٣ إذا كانت :  $\vec{A}$  ،  $\vec{B}$  قوتان تؤثران في نقطتين ٢ ، ٣ حيث  $\vec{A} = ٢$  ،  $\vec{B} = ٣$  ومحصلتها تؤثر

في نقطة  $\vec{C} \Rightarrow \vec{A}$  فإن : .....

(أ)  $\vec{A} : \vec{B} = ١ : ٢$

(ب)  $\vec{A} : \vec{B} = ٢ : ٢$

(ج)  $\vec{A} : \vec{B} = ٢ : ٣$

(د)  $\vec{A} : \vec{B} = ٢ : ٣$

## ٢٤ في الشكل المقابل :

$\vec{A}$  ،  $\vec{B}$  ،  $\vec{C}$  قوتان متوازيتان في نفس الاتجاه تؤثران عند ٢ ، ٣

على الترتيب ، محصلتهما  $\vec{H}$  تؤثر عند نقطة  $\vec{C} \Rightarrow \vec{A}$

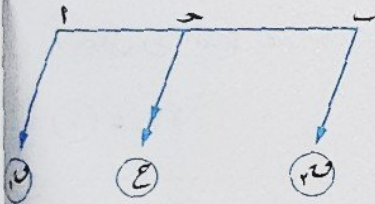
، إذا كانت  $\vec{A} = ٦$  نيوتن ،  $\vec{B} = ٢٤$  سم ،  $\vec{A} = ٥٦$  سم فإن : .....

(أ)  $\vec{A} = ٨$  نيوتن ،  $\vec{C} = ١٤$  نيوتن.

(ب)  $\vec{A} = ٢٤$  نيوتن ،  $\vec{C} = ٣٢$  نيوتن.

(ج)  $\vec{A} = ٣٢$  نيوتن ،  $\vec{C} = ٣٨$  نيوتن.

(د)  $\vec{A} = ٨$  نيوتن ،  $\vec{C} = ٢$  نيوتن.



## ٢٥ في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\vec{A} // \vec{B}$  وتؤثران في النقطتين ٢ ، ٣ على الترتيب

حيث  $\vec{A} \Rightarrow \vec{B}$  ،  $\vec{B} = ٢٤$  سم

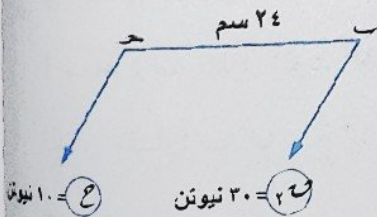
فإن :  $\vec{A} =$  ..... سم.

(أ) ٦

(ب) ١٢

(ج) ١٨

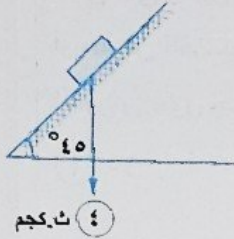
(د) ٤٨





## اختبار تراكمي من الوحدة الأولى حتى الوحدة الثالثة

١ في الشكل المقابل :



وضع جسم وزنه ٤ ث.كجم على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $45^\circ$  ومعامل الاحتكاك السكوني بينهما  $\mu_s = \frac{1}{4}$  فإن أكبر قوة في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى تحفظ توازن الجسم هي ..... ث.كجم.

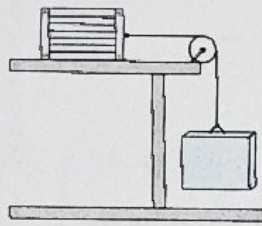
١ (د)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

٢ (ج)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

٣ (ب)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

٤ (أ)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

٢ في الشكل المقابل :



صندوق كتلته ٢٠.٨ كجم موضوع على نضد أفقى خشن ومربوط فى أحد طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء وفى الطرف الآخر للخيط حقيبة كتلتها ١٠.٤ كجم. فإذا كان الصندوق على وشك الحركة فإن معامل الاحتكاك السكوني بين الصندوق والنضد يساوى .....

١ (ب) ٠.٦

٢ (أ) ٠.٤

٣ (د) ١

٤ (ج) ٢

٣ إذا كانت القوة  $\vec{F} = 10\vec{s} - 20\vec{v} + 40\vec{g}$  تؤثر فى نقطة  $P(2, -3, -3)$  فإن مركبة عزم  $\vec{M}$  حول محور الصادات تساوى .....

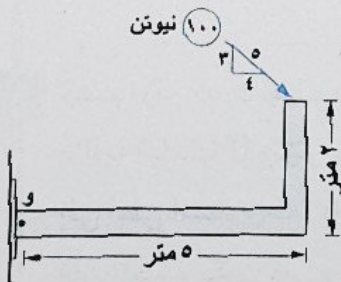
١ (د) ٧٥

٢ (ج) ١٥٠-

٣ (ب) ١٢٠

٤ (أ) ١٥٠

٤ في الشكل المقابل :



القياس الجبرى لعزم القوة حول النقطة (و) يساوى ..... نيوتن.متر.

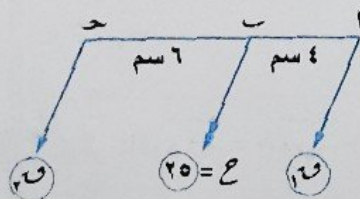
١ (ب) ٤٦٠-

٢ (أ) ٥٢٠-

٣ (د) ٥٢٠

٤ (ج) ٦٤٠

٥ في الشكل المقابل :



قوتان متوازيتان  $F_1$  و  $F_2$  ومتحدتا الاتجاه مقدار محصلتهما ٢٥ نيوتن وتؤثر فى نقطة تبعد ٤ سم عن القوة الأولى و ٦ سم عن القوة الثانية

فإن :  $F_1 - F_2 = \dots$  نيوتن.

١ (د) ٥

٢ (ج) ١٠

٣ (ب) ١٥

٤ (أ) ٢٠





في الشكل المقابل :

أ- قضيب غير منتظم وزنه (و) نيوتن وطوله ١٥٠ سم يرتكز في وضع

أفقى على وتدین ح، د بحيث كان : ح = ٢٠ سم ، د = ٣٠ سم.

لوحظ أن القضيب يكون على وشك الدوران حول د إذا عُلق من ح ثقل قدره ٢٠ نيوتن ويكون على وشك

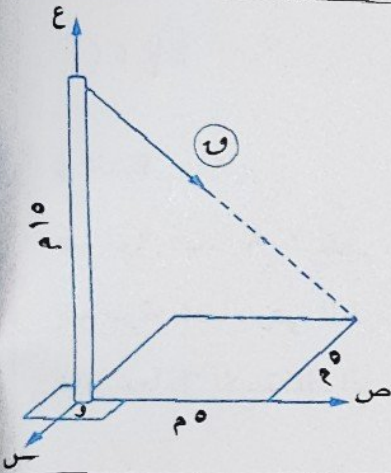
الدوران حول ح إذا عُلق من أ ثقل قدره ٧٠ نيوتن. فإن : وزن القضيب = ..... نيوتن.

د ١٥

ج ٣٠

ب ٢٠

أ ١٠



في الشكل المقابل :

عزم القوة و = ١٥ = ١١ نيوتن حول نقطة و يساوى .....

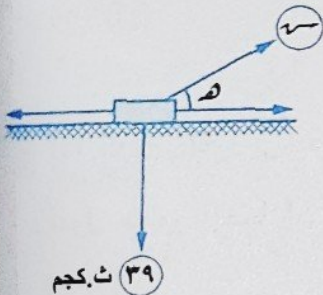
أ ٢٢٥ ص + ٢٢٥ ص

ب ٢٢٥ ص + ٢٢٥ ع

ج ٢٢٥ ص - ٢٢٥ ص

د ٢٢٥ ص - ٢٢٥ ص

في الشكل المقابل :



وضع جسم وزنه ٣٩ ث.كجم على مستوى أفقى خشن وشد الجسم بقوة لأعلى

تميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠ حيث ما = ٤/٥ وكان معامل الاحتكاك

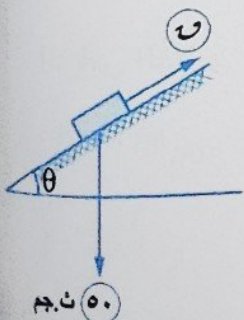
السكونى يساوى ١/٣ فإن مقدار قوة الشد التى تجعل الجسم على وشك الحركة يساوى ..... ث.كجم.

أ ١٣

ب ١٥

ج ١٦ ١/٤

د ٢٧



جسم وزنه ٥٠ ث.جرام موضوع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى

بزاوية قياسها ٣٠ وتؤثر على الجسم قوة مقدارها (و) فى اتجاه خط أكبر ميل

إلى أعلى المستوى كما بالشكل المقابل ، وقد وُجد أنه إذا كان و = ٢٨ ث.جرام

فإن الجسم يكون على وشك الحركة إلى أعلى وإذا كان و = ٢٢ ث.جرام فإن

الجسم يكون على وشك الحركة إلى أسفل ، فإن :  $\theta = \dots\dots\dots$

أ ٣٠°

ب ٦٠°

ج ٤٥°

د ما - ١ (٢/٥)

في الشكل المقابل :

تؤثر القوة و = م ص + ٢ ص عند النقطة أ (٦ ، ٣) وكان متجه عزمها بالنسبة لنقطة الأصل يساوى

٩ ع فإن : م = .....

أ ١/٣

ب ٦

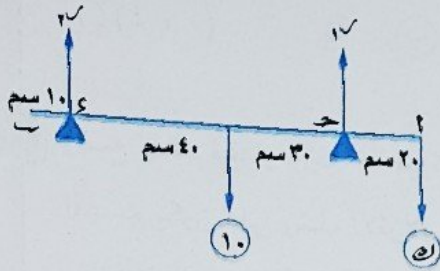
ج ٣

د ١



## الشكل المقابل :

أ - قضيب منتظم وزنه ١٠ نيوتن فإذا كان أكبر ثقل يمكن تعليقه من الطرف أ دون أن يختل التوازن هو  $\Gamma$  فإن :  $\Gamma = \dots\dots\dots$



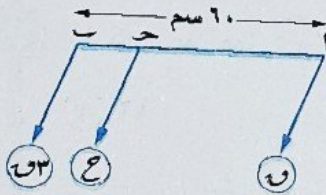
- (أ) ٢٥ نيوتن.  
(ب) ٢٠ نيوتن.  
(ج) ١٥ نيوتن.  
(د) ٥ نيوتن.

و ، قوتان متوازيتان ومتضادتان فى الاتجاه تؤثران فى النقطتين أ ، ب على الترتيب ،  $\Gamma < \Gamma$  ، إذا كانت محصلة  $\Gamma$  ،  $\Gamma$  قوة معيارها ٩٠ ثقل كجم وتؤثر فى النقطة ح  $\exists$  أ حيث  $\Gamma = ٣٦$  سم ،  $\Gamma = ١٦$  سم. فإن :  $\Gamma + \Gamma = \dots\dots\dots$  ث.كجم.

- (أ) ١٣٠ (ب) ٤٠ (ج) ٩٠ (د) ١٧٠

## الشكل المقابل :

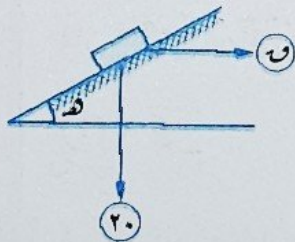
قوتان متوازيتان وتعملان فى نفس الاتجاه ومقدارهما  $\Gamma$  ،  $\Gamma$  تؤثران فى النقطتين أ ، ب حيث  $\Gamma = ٦٠$  سم فإن المحصلة تؤثر فى نقطة ح حيث  $\Gamma = \dots\dots\dots$  سم.



- (أ) ٣٦ (ب) ٤٠ (ج) ٤٥ (د) ٥٠

## الشكل المقابل :

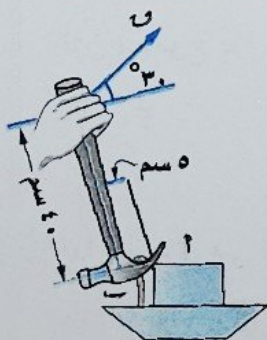
جسم وزنه ٢٠ ث.كجم موضوع على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية جيب تمامها  $\frac{4}{5}$  جذب الجسم بواسطة قوة أفقية تقع فى المستوى الرأسى الذى يمر بخط أكبر ميل للمستوى ، فجعلت الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى. إذا كان معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى يساوى  $\frac{1}{4}$  فإن : مقدار قوة الشد =  $\dots\dots\dots$  ث.كجم.



- (أ) ١٠ (ب) ٣٠ (ج) ٤٠ (د) ٢٠

الشكل المقابل يوضح القوة  $\Gamma$ 

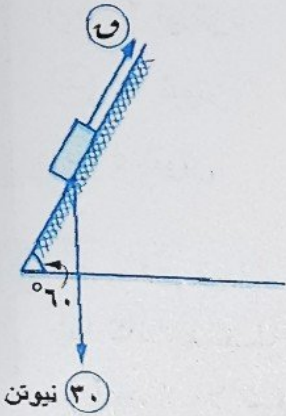
اللازمة لنزع مسمار عند إذا كان معيار عزم القوة حول نقطة أ اللازمة لنزع المسمار يساوى ٢٠٠ نيوتن.سم. فإن :  $\Gamma = \dots\dots\dots$  نيوتن.



- (أ) ٣,٥٨ (ب) ٨,٥٢ (ج) ٥,٨٣ (د) ٥,٣٨



- ١٦ إذا كانت :  $\vec{u} = 2\vec{s} - \vec{v}$  تؤثر في  $A(0, 2)$  ،  $\vec{u} // \vec{v}$  حيث  $\vec{c} = 6\vec{s} - 2\vec{v}$  تؤثر في  $H(0, 6)$  فإن نقطة تقاطع خط عمل  $\vec{u}$  مع  $\vec{c}$  هي .....
- (أ)  $(0, 4)$  (ب)  $(0, 8)$  (ج)  $(0, 2)$  (د)  $(0, 0)$

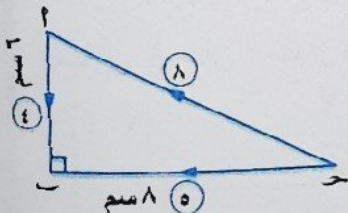


- ١٧ وضع جسم مقدار وزنه ٢٠ نيوتن على مستوٍ مائل خشن. لوحظ أن الجسم يكون على وشك الانزلاق إذا كان المستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° فإذا زاد قياس زاوية ميل المستوى إلى ٦٠° كما بالشكل المقابل فإن مقدار القوة ( $\vec{u}$ ) التي تؤثر في الجسم موازية لخط أكبر ميل في المستوى وتجعله على وشك الحركة إلى أعلى المستوى = ..... نيوتن.
- (أ)  $3\sqrt{5}$  (ب)  $3\sqrt{10}$  (ج)  $3\sqrt{15}$  (د)  $3\sqrt{20}$

- ١٨ إذا كان خط عمل  $\vec{u} // \vec{v}$  ،  $\vec{c} \exists \vec{u} + \vec{v}$  وكان :  $\vec{c} = 12\vec{u}$  فإن :  $\vec{c} = \dots\dots\dots$
- (أ) ١٢ (ب) ٦- (ج) ٦ (د) ٤

- ١٩ تؤثر القوة  $\vec{u} = 3\vec{s} - 4\vec{v}$  في نقطة  $A(2, 0)$  وكانت  $\vec{c} = (-4, 2)$  وكان طول العمود المرسوم من النقطة  $B$  على خط عمل  $\vec{u}$  يساوي طول العمود المرسوم من النقطة  $C$  على خط عمل  $\vec{v}$  فإن :  $\vec{c} + \vec{u} = \dots\dots\dots$
- (أ)  $2\vec{c}$  (ب)  $\frac{1}{2}\vec{c}$  (ج)  $2-\vec{c}$  (د) صفر

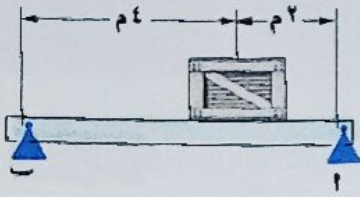
٢٠ في الشكل المقابل :



- $\Delta ABC$  قائم الزاوية في  $A$  ، أثرت القوى التي مقاديرها ٨ ، ٤ ، ٥ نيوتن في  $A$  ،  $B$  ،  $C$  على الترتيب فإن مجموع عزوم القوى بالنسبة للنقطة  $D$  = ..... نيوتن. سم.
- (أ) ٣٠ (ب) ٣٠- (ج) ٢٠ (د) ٣٨, ٤

- ٢١ إذا كانت  $L$  هي قياس زاوية الاحتكاك فإن رد الفعل المحصل  $\vec{R} = \dots\dots\dots$
- (أ)  $\vec{R} + 12\vec{P}$  (ب)  $\vec{R} + 12\vec{Q}$  (ج)  $\vec{R} + 12\vec{P}$  (د)  $\vec{R} + 12\vec{Q}$





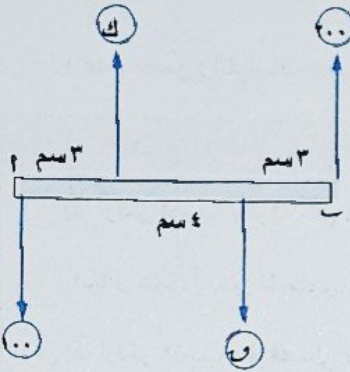
الشكل المقابل يوضح لوحًا خشبيًا منتظمًا كتلته ٢٠ كجم لكل متر من طوله يرتكز في وضع أفقى على حاملين ١ ، ٢ ويحمل صندوقًا كتلته ٢٤٠ كجم فإن الضغط الواقع على الحامل ١ يساوى ..... ث. كجم.

٤٢٠ (د)

٢٥٠ (ج)

١٧٠ (ب)

٢٧٠ (أ)



الشكل المقابل يوضح قضيب خفيف ١ ب أثرت عليه القوى المتوازية الموضحة بالشكل فإذا كانت مقدار المحصلة ٢٠٠ نيوتن وتعمل لأعلى وتؤثر فى نقطة على القضيب تبعد ٤ سم من ١ فإن :  $U + L =$  ..... نيوتن.

٥٥٠ (ب)

٢٥٠ (أ)

٩٠٠ (د)

٧٥٠ (ج)

قوة  $\vec{U}$  توازى محور السينات تؤثر فى النقطة ١ (٢ ، ١- ، ٣) فإذا كان عزم  $\vec{U}$  بالنسبة لنقطة الأصل يساوى ٢١ ص + ٧ غ فإن :  $\vec{U} =$  .....

٧ ص (د)

٢١ ص (ج)

٧ ص + ٢ ص (ب)

٧ ص (أ)

قوتان مقداراهما  $U_1$  ،  $U_2$  متوازيتان وتعملان فى نفس الاتجاه إذا بدلت مكانيهما فإن محصلتهما لا تغير مكانها فإن .....

$U_1 = \frac{1}{3} U_2$  (د)

$U_1 = 2 U_2$  (ج)

$U_1 = 2 U_2$  (ب)

$U_1 = U_2$  (أ)



# ملخص الوحدة الرابعة

## الاتزان العام

### تذكر أن الشروط اللازمة والكافية لاتزان مجموعة من القوى المستوية

لكي تتوازن مجموعة من القوى المستوية يلزم ويكفي أن تتحقق الشروط الآتية :

١) ينعدم مجموع المركبات الجبرية للقوى في اتجاهين متعامدين واقعين في مستويها

(مقدار محصلة القوى  $\Sigma = 0$ )

أي :  $\Sigma = 0$  ،  $\Sigma = 0$

٢) ينعدم مجموع القياسات الجبرية لعزوم القوى بالنسبة لنقطة واحدة في مستويها أي :  $\Sigma = 0$

### ملاحظات هامة عند تحديد رد الفعل

١) إذا ارتكز قضيب بطرفه على مستوى أملس كان رد

الفعل عموديًا على المستوى.

٢) إذا ارتكز قضيب بطرفه على مستوى خشن كان رد الفعل

غير معلوم الاتجاه ويمكن تحليله إلى مركبتين هما رد

الفعل العمودي وقوة الاحتكاك.

وإذا كان القضيب على وشك الحركة تكون المركبتان هما رد

الفعل العمودي ( $R$ )

« قوة الاحتكاك النهائي ( $R_s$ )

٣) إذا ارتكز قضيب بإحدى نقاطه الداخلية على

(وتد - جسم آخر) كان رد الفعل عموديًا على القضيب.

٤) رد فعل المفصل يكون غير معلوم الاتجاه ويمكن تحليله إلى مركبتين هما :

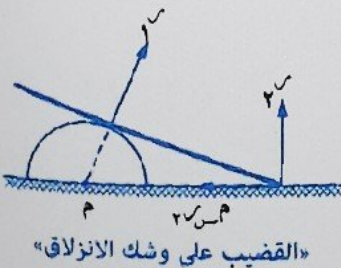
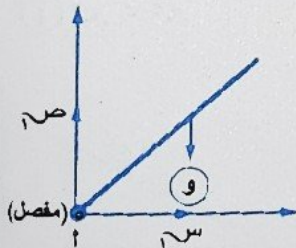
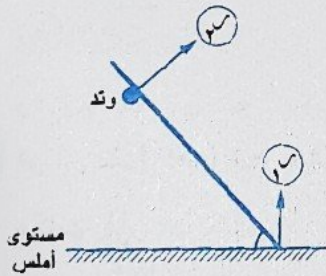
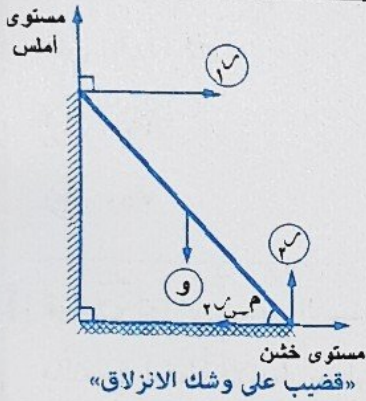
$\Sigma$  (في اتجاه  $\uparrow$   $\Sigma$ )

$\Sigma$  (في اتجاه  $\rightarrow$   $\Sigma$ )

٥) رد فعل نصف كرة ملساء على قضيب يستند مماسًا

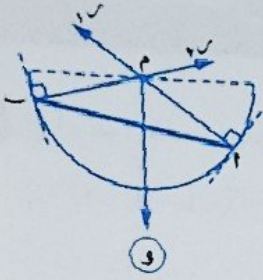
لسطحها يكون عموديًا على القضيب مازًا

بمركز الكرة.





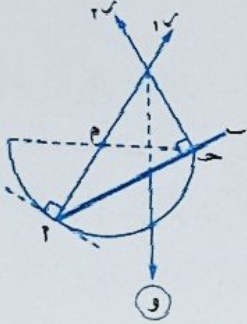
٦ عندما يستند قضيب داخل سطح نصف كروي أملس يكون رد الفعل عند طرفيه عموديين على المماسين للكرة عند نقط الارتكاز ويمران بمركز الكرة ويستقر القضيب في الوضع الذي يجعل الخط الرأسى المار بمركز نصف الكرة يمر بنقطة تأثير الوزن للقضيب.



٧ عندما يستند قضيب  $\overline{AB}$  على حافة وعاء نصف كروي أملس بإحدى نقطه (ح) فإن :

\* رد الفعل عند  $A$  يكون عمودياً على المماس للكرة عند  $A$  ويمر بمركز الكرة.

\* رد الفعل عند  $B$  يكون عمودياً على القضيب.

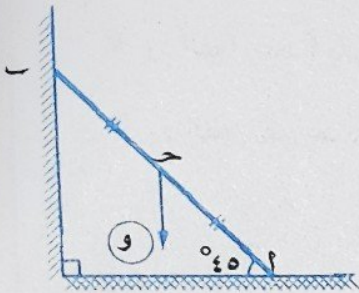




## اختبار على الوحدة الرابعة

- ١ إذا اتصل قضيب بأحد طرفيه بمفصل مثبت في حائط رأسي وكانت :  $S_1$  ،  $S_2$  هما المركبتان الجبريتان لقوة رد فعل المفصل وكانت :  $S_1 = 3$  نيوتن ،  $S_2 = 4$  نيوتن فإن قوة رد فعل المفصل بالنيوتن تساوى .....
- (أ) ١ (ب) ٥ (ج) ٧ (د) ١٢

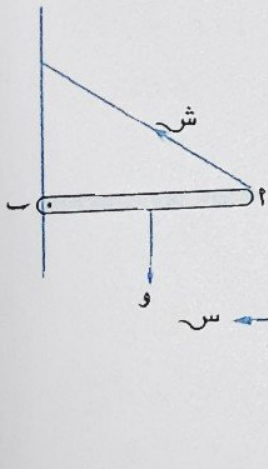
### ٢ في الشكل المقابل :



سلم منتظم  $4$  يرتكز بأحد طرفيه  $3$  على حائط رأسي أملس وبطرفه الآخر  $4$  على أرض أفقية خشنة ، فإذا كان السلم على وشك الحركة عندما كان يميل بزاوية قياسها  $45^\circ$  على الأفقى فإن معامل الاحتكاك السكوني يساوى .....

- (أ)  $\frac{1}{4}$  (ب)  $\frac{1}{3\sqrt{2}}$  (ج) ١ (د)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

### ٣ الشكل المقابل يمثل قضيباً منتظماً مترناً

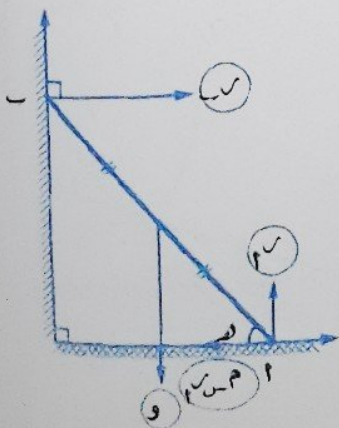


فإن اتجاهات مركبات رد فعل المفصل عند  $3$  تكون .....

- (أ) (ب) (ج) (د)

### ٤ في الشكل المقابل :

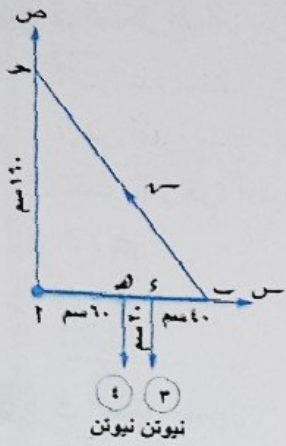
إذا كانت  $L$  هي زاوية الاحتكاك بين الأرض والقضيب فإن : طاه . طال = .....



- (أ) ٢ (ب) ١ (ج) ٢ (د)  $\frac{1}{2}$



٥ في الشكل المقابل :

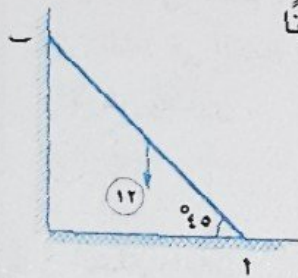


١- يمثل قضيباً منتظماً طوله ١٢٠ سم ، وزنه ٤ نيوتن متصل بحائط رأسى من الطرف ٢ بمفصل ، علق من النقطة ٤ على القضيب وزن مقداره ٣ نيوتن حيث  $BC = 160$  سم وربط القضيب من الطرف ٢ بواسطة حبل وشد الحبل إلى أن اتزن القضيب أفقياً وربط الطرف الآخر للحبل فى نقطة ح على الحائط أعلى ٢ حيث  $CD = 40$  سم

فإن مقدار الشد فى الحبل يساوى ..... نيوتن.

- ٤ (أ) ٥ (ب) ٦ (ج) ١٠ (د)

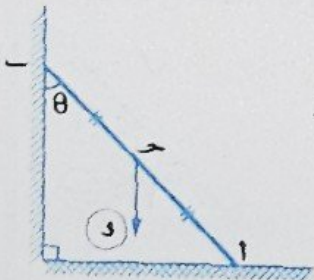
٦ في الشكل المقابل :



١- سلم منتظم وزنه ١٢ ث.كجم يستند بطرفه ٢ على أرض أفقية خشنة فى وضع يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $45^\circ$  وبطرفه ٢ على حائط رأسى أملس. إذا كان السلم متزاناً فإن مقدار قوة الاحتكاك بين السلم والأرض يساوى ..... ث.كجم

- ١٢ (أ) ١ (ج) ٣ (ب) ٦ (د)

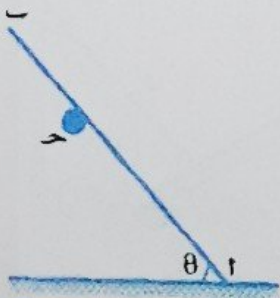
٧ في الشكل المقابل :



قضيب منتظم مستند بأحد طرفيه على أرض أفقية خشنة وبطرفه الآخر على حائط رأسى أملس فإذا كان  $\mu$  معامل الاحتكاك السكونى بين الأرض والقضيب فإن : أكبر قياس لزاوية ميل القضيب على الرأسى دون أن ينزلق ظلها يساوى .....

- ٢ (أ)  $\frac{1}{2}$  (ب)  $\frac{1}{4}$  (ج) ٢ (د)  $\frac{1}{4}$

٨ في الشكل المقابل :



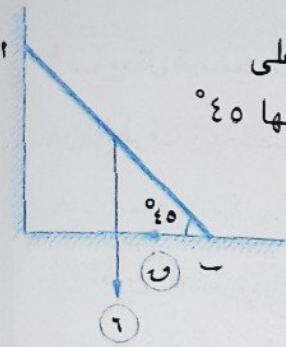
١- قضيب منتظم طوله ٢٤ سم ووزنه ٥٠ ث.جرام يرتكز بطرفه ٢ على مستوى أفقى خشن وبإحدى نقطه ح على وتد أملس حيث  $BC = 4$  سم فإذا كان القضيب متزاناً يميل على المستوى الأفقى بزاوية قياسها  $\theta$  حيث  $\theta = \frac{3}{4}$  فإن رد فعل الوتد = ..... ث.جرام.

- ٢٤ (أ) ١٨ (ب) ٣٠ (ج) ٢٠ (د)



## ٩ في الشكل المقابل :

٢ سلم منتظم وزنه ٦ ث. كجم يرتكز بطرفه ٢ على حائط رأسى أملس وبطرفه ١ على أرض أفقية ملساء فإذا اتزن السلم فى مستوى رأسى ويصنع مع الأفقى زاوية قياسها  $45^\circ$  تحت تأثير قوة أفقية  $U$  تؤثر فى ١ فإن :  $U = \dots\dots\dots$  ث. كجم.



٦ (أ)

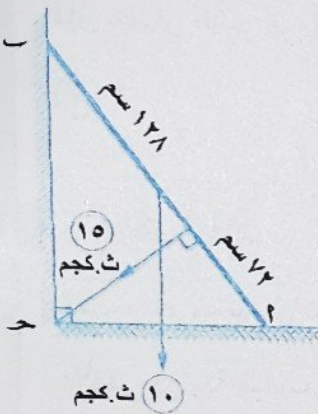
١٢ (ب)

٢١٢ (ج)

٢ (د)

## ١٠ في الشكل المقابل :

٢ سلم منتظم طوله ٢ متر ووزنه ١٠ ث. كجم يرتكز بطرفه ٢ على أرض أفقية خشنة وبطرفه ١ على حائط رأسى أملس ، اتزن السلم فى مستوى رأسى عمودى على خط تقاطع الحائط مع الأرض بواسطة خيط ربط أحد طرفيه بإحدى درجات السلم على بُعد ٧٢ سم من ٢ وربط طرفه الآخر بنقطة ح تقع رأسياً أسفل ١ وعلى خط تقاطع الحائط مع الأرض ، بحيث كان الخيط عمودياً على السلم ، إذا كان السلم على وشك الحركة نحو الحائط عندما كان الشد فى الخيط ١٥ ث. كجم. فإن معامل الاحتكاك السكونى بين السلم والأرض يساوى .....



١ (أ)

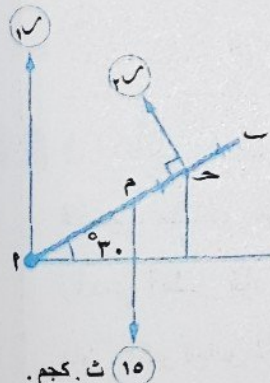
٢ (ب)

٢ (ج)

١٢ (د)

## ١١ في الشكل المقابل :

٢ ساق منتظم طوله ٨ متر فى وضع اتزان فإن :  $U = \dots\dots\dots$  ث. كجم.



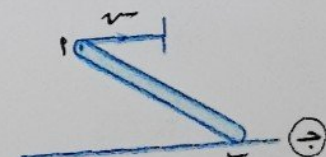
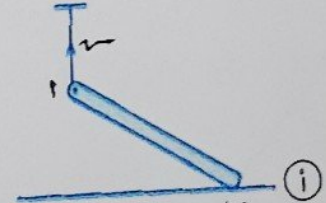
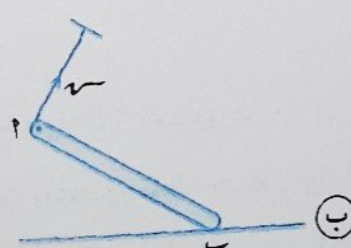
٥ (أ)

٧,٥ (ب)

١٠ (ج)

٢١٥ (د)

١٢ قضيب معلق من أحد طرفيه بخيط ويستند الطرف الآخر للقضيب على أرض أفقية ملساء. أى من الأشكال الآتية يمثل حالة اتزان للقضيب.

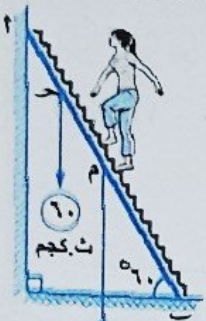


(د) لا يمكن أن يتزن القضيب.



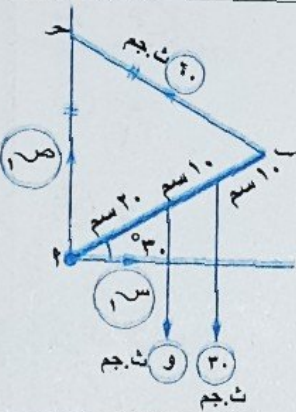
يقع جسم تحت تأثير القوى :  $\vec{W}_1 = 2\vec{s} - \vec{p}$  ،  $\vec{W}_2 = \vec{p} + 5\vec{s}$  ،  
 $\vec{W}_3 = \vec{s} - 5\vec{p}$  ، فإذا كان الجسم متزنًا فإن :  $(\vec{p}, \vec{s}) = \dots\dots\dots$

- $$(V_-, r_-) \textcircled{J} \qquad (V_-, r) \textcircled{J} \qquad (V, r_-) \textcircled{B} \qquad (V, r) \textcircled{I}$$



سلم منتظم طوله ل سم ومقدار وزنه ٢٠ ث. كجم يرتكز بأحد طرفيه على أرض أفقية خشنة وبالأخر على حائط رأسى أملس. اتزن السلم فى مستوٍ رأسى وكان قياس زاوية ميله على الأفقى ٦٠°. إذا علم أن معامل الاحتكاك السكونى بين السلم والأرض يساوى  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  فإن أقصى مسافة تستطيع فتاة وزنها ٦٠ ث. كجم أن تصعد على السلم تساوى ..... سم.

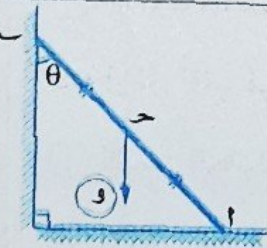
- [illegible]



في الشكل المقابل :

إذا كان القضيْب أ متزن  
وكان أ = ٤٠ سم ، الشد في ح يساوى ٦٠ ث.جم.  
فإن : و = ..... ث.جم.

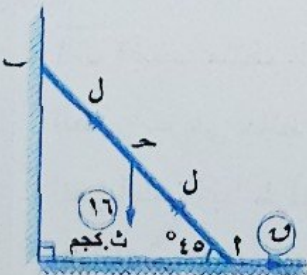
٧٥. (ب)
١٠٠. (ج)
٦. (ا)
٩. (د)



في الشكل المقابل :

يستند سلم منتظم بطرفه العلوى على حائط أملس رأسى ويطرفه السفلى على مستوى أفقى خشن معامل الاحتكاك السكونى بينهما  $= \frac{1}{4}$  فكان على وشك الانزلاق فإن زاوية ميل السلم على الرأسى = .....

- على وشك الانزلاق فإن زاوية ميل السطح هي
- (أ)  $\frac{\pi}{6}$  (ب)  $\frac{\pi}{4}$  (ج)  $\frac{\pi}{8}$  (د)  $\frac{1}{2}$



### في الشكل المقابل :

في الشكل المقابل:

يستند سلم منتظم وزنه ١٦ ث.كجم وطوله ٢ ل متر بأحد طرفيه على حائط رأسى أملس وبطرفه الآخر على أرض أفقية خشنة بحيث يقع في مستوى رأسى عمودى على الحائط ويميل على الأفقى بزاوية مقدارها  $45^\circ$  إذا كان معامل الاحتكاك السكونى بين السلم والأرض يساوى ٠,٧٥ فإن مقدار القوة الأفقية  $W$  التى تؤثر عند طرف السلم الملامس للأرض وتجعله على وشك الحركة بعيداً عن الحائط = ..... ث.كجم.

- الحركة بعيداً عن الحائط = .....  
٤ (أ)  
٢٠ (ب)  
٨ (ج)  
١٢ (د)



## ١٨ في الشكل المقابل :

إذا كان القضيب في حالة اتزان نهائي

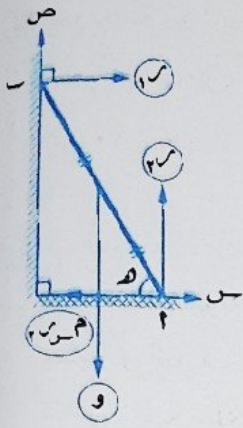
فإن :  $M_1 - M_2 = \dots\dots\dots$

(ب)  $(1 - M_2)$

(أ) و  $(M_2 - 1)$

(د)  $(M_2 - 1)$

(ج) و  $(1 - M_2)$



## ١٩ في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\overline{AB}$  قضيب متزن

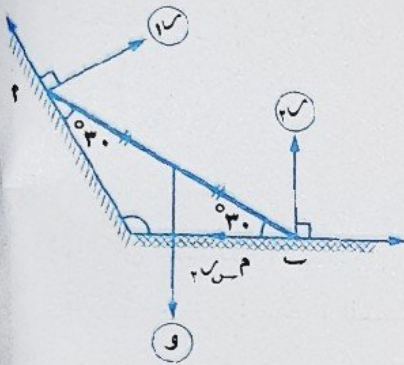
فإن :  $M = \dots\dots\dots$

(ب)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(أ)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(د)  $\sqrt{3}$

(ج)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$



## ٢٠ في الشكل المقابل :

$\overline{AB}$  قضيب منتظم يرتكز بطرفه العلوى على حائط رأسى وبطرفه السفلى

على أرض أفقية في أى من الحالات الآتية يتزن القضيب .....

(ب) الأرض ملساء والحائط خشن.

(أ) كل من الحائط والأرض ملساوان.

(د) القضيب يتزن في كل الحالات السابقة.

(ج) الأرض خشنة والحائط أملس.



## ٢١ في الشكل المقابل :

$\overline{AB}$  قضيب منتظم طوله ١٧ م وكتلته ١٢٠ كجم يستند بطرفه

العلوى ب على حائط رأسى أملس وبطرفه السفلى أ على سطح

أفقى أملس ربط طرفه السفلى أ بواسطة خيط أفقى مربوط

بالنقطة ح أسفل النقط ب حيث  $AC = 8$  م فإن مقدار الشد

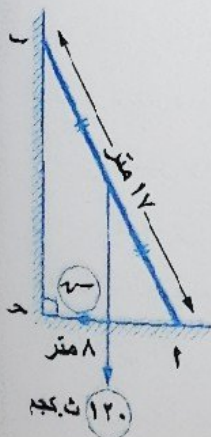
في الخيط = ..... ن.كجم.

(أ) ٣٢

(ب) ١٦

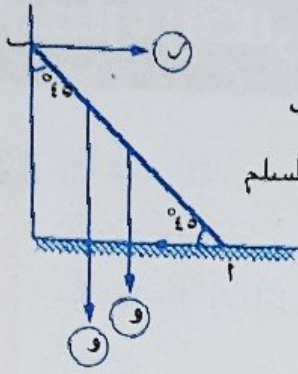
(ج) ٦٤

(د) ٨





٢٢ في الشكل المقابل :



سلم منتظم طوله (ل) ، ووزنه (و) يستند بطرفه ١ على أرض أفقية خشنة وبطرفه ٢ على حائط رأسى أملس فإذا كانت أقصى مسافة يصعد بها رجل وزنه يساوى وزن السلم هي  $\frac{2}{3}L$  فإن قوة رد فعل الحائط على الطرف ٢ عندئذ = .....

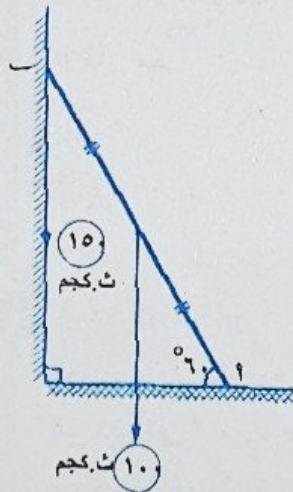
- (أ)  $\frac{1}{3}W$  و (ب)  $\frac{1}{4}W$  و (ج)  $\frac{2}{3}W$  و (د)  $\frac{5}{6}W$



٢٣ يصعد رجل سلم يستند بطرفه العلوى على حائط رأسى أملس وبطرفه السفلى على أرض أفقية خشنة. كلما صعد الرجل على السلم ولم ينزلق السلم كلما .....

- (أ) زاد رد فعل الحائط على السلم.  
(ب) زادت قوة الاحتكاك بين القضيب والأرض.  
(ج) زاد الضغط الكلى للقضيب على الأرض.  
(د) كل ما سبق صحيح.

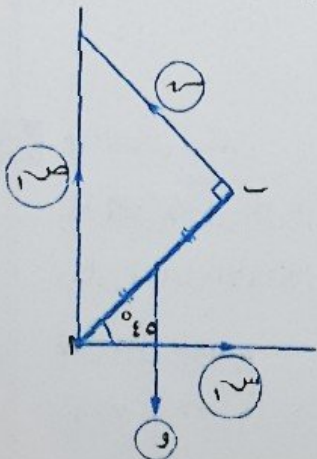
٢٤ في الشكل المقابل :



٢ سلم منتظم وزنه ١٠٠ ثقل كجم يرتكز بطرفه ٢ على حائط رأسى أملس ويرتكز بطرفه ١ على أرض أفقية خشنة وكان السلم يميل على الأرض بزاوية قياسها  $60^\circ$  ، فإذا استطاع رجل وزنه ١٥٠ ثقل كجم الصعود حتى قمة السلم وأصبح السلم عند ذلك على وشك الانزلاق فإن معامل الاحتكاك السكونى بين الطرف ١ للسلم ومستوى الأرض الأفقى = .....

- (أ)  $\frac{\sqrt{3}}{10}$  و (ب)  $\frac{\sqrt{3}}{15}$  و (ج)  $\frac{\sqrt{3}}{10}$  و (د)  $\frac{\sqrt{3}}{15}$

٢٥ في الشكل المقابل :



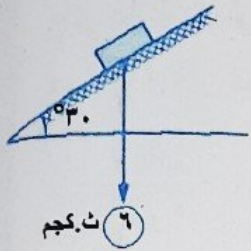
٢ ساق منتظم طوله ل وحدة طول ، وزنه (و) وحدة قوة فإن : ص - س = ..... وحدة قوة.

- (أ)  $\frac{1}{3}W$  و (ب)  $\frac{1}{4}W$  و (ج)  $\frac{2}{3}W$  و (د) صفر



# اختبار تراكمي من الوحدة الأولى حتى الوحدة الرابعة

١ في الشكل المقابل :



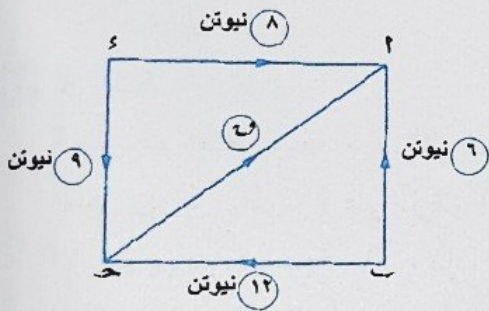
وضع جسم كتلته ٦ كجم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  ومعامل الاحتكاك السكوني بينه وبين المستوى يساوى  $\frac{3}{4}$  فإن الجسم .....

- (أ) يكون على وشك الحركة لأعلى المستوى. (ب) يكون على وشك الحركة لأسفل المستوى. (ج) يتحرك على المستوى. (د) متزن وليس على وشك الحركة.

٢ إذا كان عزم القوة  $\vec{F} = 2\vec{s} - \vec{v}$  حول نقطة يساوى  $21\vec{v} + 7\vec{e}$  فإن طول العمود الساقط من هذه النقطة على خط عمل القوة يساوى ..... وحدة طول.

- (أ)  $\frac{1}{7}$  (ب)  $\frac{1}{10}$  (ج) ٧ (د)  $10\sqrt{7}$

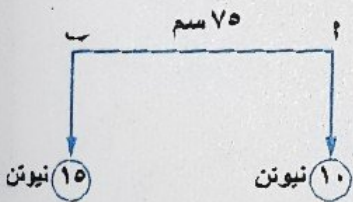
٣ في الشكل المقابل :



أ ب ح د مستطيل ، إذا كانت القوى المعطاة متزنة ، فإن مقدار  $\vec{u} =$  ..... نيوتن.

- (أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) ١١ (د) ١٤

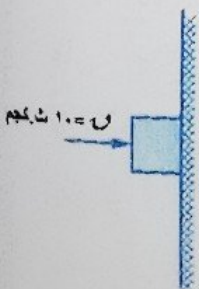
٤ في الشكل المقابل :



قوتان متوازيتان وفى نفس الاتجاه مقدارهما ١٠ ، ١٥ نيوتن تؤثران فى نقطتين ٢ ، ب على الترتيب حيث  $\vec{A} = 75$  سم فإذا كانت محصلتهما تؤثر فى نقطة ح حيث  $\vec{A} \in \vec{B}$  فإن :  $\vec{A} =$  ..... سم.

- (أ) ١٥ (ب) ٢٠ (ج) ٣٠ (د) ٤٥

٥ في الشكل المقابل :

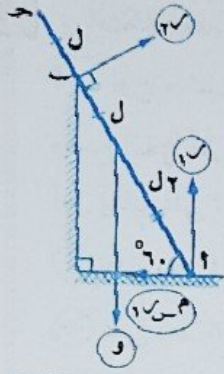


إذا كان مقدار أقل قوة أفقية تلزم لحفظ الجسم متزنًا على الحائط هو ١٠ ث.كجم وكان معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والحائط يساوى  $\frac{1}{6}$  فإن وزن الجسم = ..... ث.كجم.

- (أ) ٢ (ب) ٢٠ (ج) ٥٠ (د) ١٠٠



٦ في الشكل المقابل :



أ ح قضيب منتظم على وشك الانزلاق يستند من نقطة ب على حائط رأسي أملس وينقطة أ على أرض أفقية خشنة فإن :  $\mu = \dots\dots\dots$

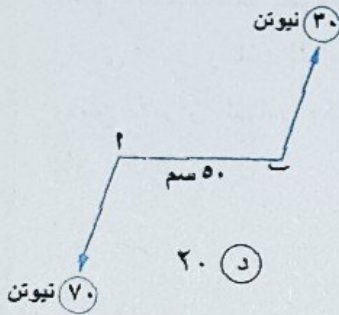
- (أ)  $\frac{3\sqrt{3}}{5}$   
(ب)  $\frac{2}{5\sqrt{3}}$

- (ج)  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$   
(د)  $\frac{5}{3\sqrt{3}}$

٧ قوتان متوازيتان  $\vec{P}$  و  $\vec{Q}$  ، وكان  $\vec{Q} = 2\vec{S} - 6\vec{V}$  ،  $\vec{P} = 6\vec{V} - 18\vec{S}$  ، فإن :  $\vec{P}$  يمكن أن تكون .....

- (أ)  $6\vec{S} - 18\vec{V}$   
(ب)  $6\vec{S} + 18\vec{V}$   
(ج)  $6\vec{S} - 18\vec{V}$   
(د)  $4\vec{S} - 12\vec{V}$

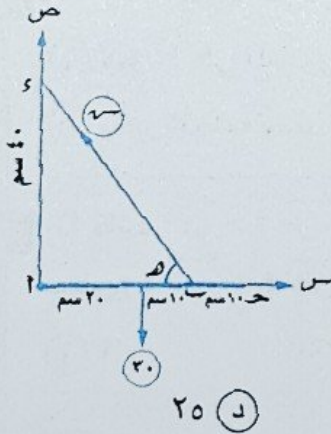
٨ في الشكل المقابل :



قوتان متوازيتان في اتجاهين متضادين مقدارهما ٧٠ نيوتن ، ٣٠ نيوتن والمسافة بين خطي عملهما ٥٠ سم. فإن : المسافة بين خط عمل المحصلة وخط عمل القوة التي مقدارها ٧٠ نيوتن تساوي ..... سم.

- (أ) ١٢,٥  
(ب) ٣٧,٥  
(ج) ٢٥  
(د) ٢٠

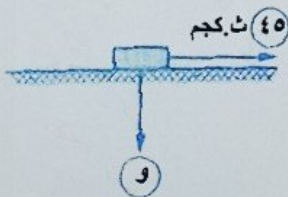
٩ في الشكل المقابل :



أ ب ح قضيب منتظم طوله ٤٠ سم ، وزنه ٣٠ ث.كجم يدور حول مفصل عند طرفه أ ومربوط من نقطة ب بأحد طرفي سلك خفيف طرفه الآخر في نقطة على بُعد ٤٠ سم رأسياً أعلى نقطة أ بحيث كان القضيب أفقياً. فإذا كان : ب ح = ١٠ سم فإن مقدار الشد في الخيط = ..... ث.كجم.

- (أ) ٤٥  
(ب) ٣٥  
(ج) ٢٠  
(د) ٢٥

١٠ في الشكل المقابل :

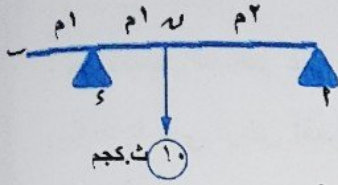


وضع جسم وزنه (٩) ث.كجم على مستوى أفقي خشن وكان معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوى  $\frac{2}{5}$  فإذا أثرت قوة أفقية مقدارها ٤٥ ث.كجم على الجسم جعلته على وشك الحركة فإن وزن الجسم = ..... ث.كجم.

- (أ) ٢٢٥  
(ب) ٩٠  
(ج) ١١٢,٥  
(د) ٢٢٥

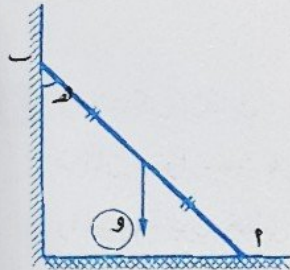


١١ في الشكل المقابل :



- أ لوح خشبي منتظم الكتلة كتلته ١٠ كجم وطوله ٤ متر يرتكز في وضع أفقي على حاملين أحدهما عند ١ والآخر عند نقطة تبعد ١ متر عن ب أين يقف على اللوح طفل وزنه ٥٠ ث. كجم لكي يتساوى رد الفعل على الحاملين ؟
- (أ) على بعد ١,٤ م من أ (ب) على بعد ١,٤ م من ب  
(ج) على بعد ١,٨ م من أ (د) على بعد ١,٨ م من ب

- ١٢ إذا كانت : أ ، ب ، ج ، د ، هـ ، ز نقط تقع على المستقيم ل واثرت قوة  $\vec{F}$  بحيث  $\vec{F} \parallel$  المستقيم ل وكان :  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 20$  نيوتن. سم فإن :  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 =$  ..... نيوتن. سم.
- (أ) ١٢ (ب) ١٥ (ج) ١٨ (د) ٢٤

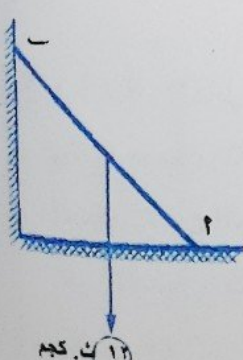


- ١٣ في الشكل المقابل : سلم منتظم يستند بطرفه السفلى على مستوى أفقي خشن وبطرفه العلوى على حائط رأسى أملس وكانت الزاوية بين السلم والمستوى الرأسى هي (هـ) وكان السلم في وضع الاتزان النهائي وكان معامل الاحتكاك السكونى (م) فإن : طاه = .....
- (أ) م (ب) ٢ م (ج)  $\frac{٢م}{٢}$  (د) م + ١

- ١٤ إذا ارتكز قضيب بطرفه على مستوى خشن كان اتجاه رد الفعل .....  
(أ) عمودياً على المستوى. (ب) موازياً لذلك المستوى.  
(ج) يتغير اتجاهه حسب المعلومات المعطاة. (د) يصنع زاوية قياسها  $45^\circ$  مع ذلك المستوى.

- ١٥ إذا كانت :  $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$  تؤثر في النقطة أ (٤ ، ٢ ، ٠) وكان عزم  $\vec{F}$  حول نقطة الأصل يساوى  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 16$  فإن : قيمة ل = .....
- (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

- ١٦ أ قضيب منتظم وزنه ١٢ ث. كجم يستند بطرفه أ على أرض أفقية خشنة وبطرفه ب على حائط رأسى أملس فإذا كان رد فعل الحائط =  $4\sqrt{3}$  ث. كجم وكان القضيب على وشك الانزلاق فإن قياس زاوية الاحتكاك بين الأرض والقضيب هي .....
- (أ)  $30^\circ$  (ب)  $45^\circ$  (ج)  $60^\circ$  (د)  $75^\circ$





١٧ إذا كانت  $\mu$  قياس الزاوية بين قوة الاحتكاك النهائى ورد الفعل المحصل فإن معامل الاحتكاك السكونى يساوى .....

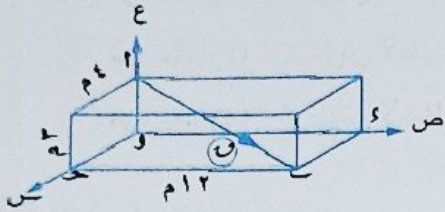
(أ)  $\mu$

(ب)  $\mu$

(ج)  $\mu$

(د)  $\mu$

١٨ فى الشكل المقابل :



قوة مقدارها ١٢٠ نيوتن تؤثر فى القطر  $\overline{AC}$

فى متوازي مستطيلات أبعاده ٣ م ، ٤ م ، ١٢ م كما بالشكل.

فإن : عزم القوة  $\vec{F}$  حول النقطة  $O =$  .....

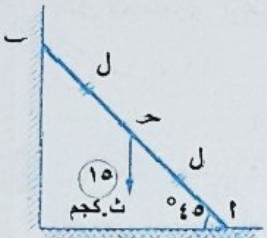
(أ)  $120 \vec{r} + 480 \vec{e}$

(ج)  $120 \vec{r} + 4 \vec{e}$

(ب)  $120 \vec{r} + 480 \vec{r}$

(د)  $120 \vec{r} - 480 \vec{e}$

١٩ فى الشكل المقابل :



سلم منتظم مقدار وزنه ١٥ ث.كجم وطوله ٢ ل متر يرتكز بأحد طرفيه على أرض أفقية خشنة وبطرفه الآخر على حائط رأسى أملس بحيث كان السلم فى مستوى رأسى عمودى على الحائط وكان على وشك الانزلاق عندما كان قياس زاوية ميله على الأفقى  $40^\circ$

، فإن : معامل الاحتكاك السكونى بين السلم والأرض = .....

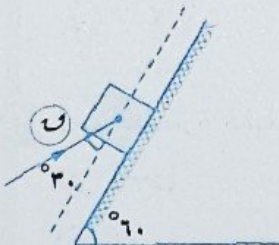
(أ)  $\frac{1}{5}$

(ب)  $\frac{1}{4}$

(ج)  $\frac{1}{3}$

(د)  $\frac{1}{2}$

٢٠ فى الشكل المقابل :



جسم كتلته ١٠ كجم موضوع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى

بزاوية قياسها  $60^\circ$  ، معامل الاحتكاك بينهما  $\frac{1}{3}$  فإذا اتزن الجسم عندما أثرت

عليه قوة  $\vec{F} = 10$  ث.كجم كما هو موضح بالشكل فإن قوة الاحتكاك

فى هذه الحالة تساوى .....

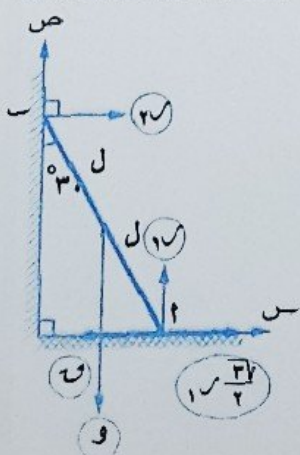
(أ) صفر

(ب) ٥ ث.كجم لأعلى المستوى.

(د) ٥ ث.كجم لأسفل المستوى.

(ج) ٥ ث.كجم لأسفل المستوى.

٢١ فى الشكل المقابل :



إذا كان القضيب على وشك الحركة فى اتجاه الحائط

تحت تأثير القوة التى مقدارها  $(\vec{F})$

فإن :  $\vec{F} =$  .....

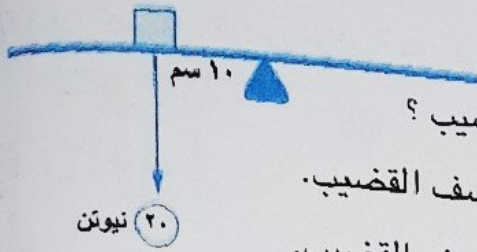
(أ)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  و

(ب)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  و

(د)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  و

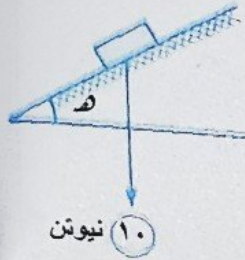
(ج)  $3\sqrt{2}$  و





الشكل المقابل يمثل قضيباً منتظماً يرتكز على حامل عند منتصفه ، وضع عليه جسم كما بالشكل. أى من القوى الآتية تحدث توازناً للقضيب ؟

- (أ) قوة مقدارها ١٠ نيوتن لأعلى تؤثر على بُعد ٢٠ سم على يمين منتصف القضيب.  
 (ب) قوة مقدارها ١٠ نيوتن لأسفل تؤثر على بُعد ٢٠ سم على يمين منتصف القضيب.  
 (ج) قوة مقدارها ٣٠ نيوتن لأعلى تؤثر على بُعد ٥ سم على يسار منتصف القضيب.  
 (د) قوة مقدارها ٣٠ نيوتن لأسفل تؤثر على بُعد ٥ سم على يسار منتصف القضيب.



في الشكل المقابل : مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $\theta$  حيث  $\tan \theta = \frac{4}{3}$  ، وضع عليه جسم وزنه ١٠ نيوتن فإذا كان معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوى يساوى  $\frac{1}{4}$  ، فإن النهايتين الصغرى والعظمى لمقدار القوة التى تؤثر على الجسم فى خط أكبر ميل للمستوى لأعلى وتجعله على وشك الحركة هما ..... نيوتن. على الترتيب.

(أ) ١١ ، ٦

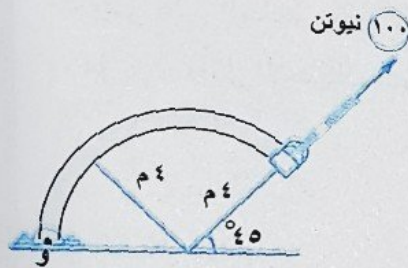
(ب) ١١ ، ٥

(ج) ٦ ، ٥

(د) ١١ ، ١٠

في الشكل المقابل :

القياس الجبرى لعزم القوة حول النقطة (و) يساوى ..... نيوتن.متر.



(أ)  $3\sqrt{2} \times 100$

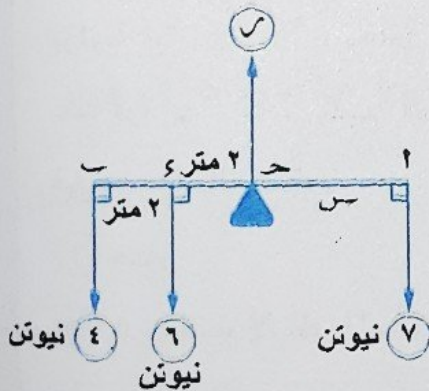
(ب) ٢٠٠

(ج)  $3\sqrt{2} \times 200$

(د)  $3\sqrt{2} \times 200$

٢- مسطرة خفيفة والقوى مترنة

فإن : س = ..... متر.



(أ) ٤

(ب) ٥

(ج) ٦

(د) ٨



# ملخص الوحدة الخامسة

## الازدواجات

### تذكر • الازدواج

• الازدواج : هو نظام يتكون من قوتين :

① متساويتين في المقدار.

② لا يجمعهما خط عمل واحد.

• عزم الازدواج :

هو متجه ثابت لا يعتمد على النقطة التي ينسب إليها عزمًا قوته ويساوى عزم إحدى قوته بالنسبة لأي نقطة على خط عمل الأخرى.

$$\text{أي أن : } \vec{G} = \vec{F} \times \vec{r} = \vec{F} \times \vec{r}' \text{ حيث : } \vec{r} - \vec{r}' = \vec{L}$$

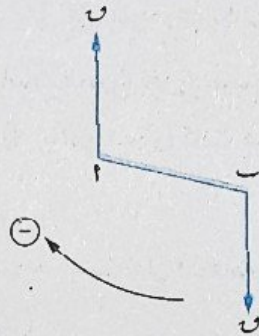
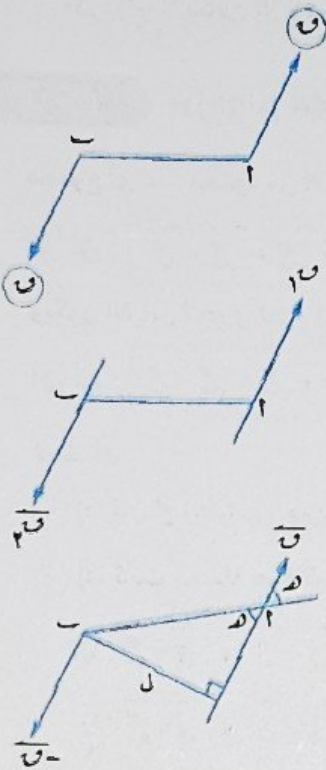
• معيار عزم الازدواج :

$$\|\vec{G}\| = \|\vec{F}\| \times \|\vec{r}\| \times \sin \alpha = \|\vec{F}\| \times \|\vec{r}\| \times \frac{L}{r}$$

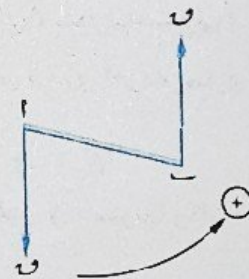
حيث  $\alpha$  قياس الزاوية بين  $\vec{F}$  و  $\vec{r}$

$L$  ، (ذراع الازدواج) هو البعد العمودي بين خطي عمل القوتين.

• القياس الجبري لعزم الازدواج :



$$G = -F \times r \times \sin \alpha = -F \times L$$



$$G = F \times r \times \sin \alpha = F \times L$$

### تذكر • اثران جسم تحت تأثير ازدواجين

• يكون الجسم متزنًا تحت تأثير الازدواجين  $G_1$  ،  $G_2$  إذا كان :  $\vec{G}_1 + \vec{G}_2 = \vec{0}$  أي أن :  $G_1 = -G_2$

• يتزن الجسم تحت تأثير عدة ازدواجات  $G_1$  ،  $G_2$  ،  $G_3$  ، ..... ،  $G_n$  إذا كان :  $G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n = 0$

• لاحظ أن :

① يتزن جسم تحت تأثير ازدواجين  $G_1$  ،  $G_2$  أو أكثر إذا انعدم مجموع القياسات الجبرية لعزوم الازدواجات

$$\text{أي إذا كان : } G_1 + G_2 = 0 \text{ أي : } G_1 = -G_2$$

② الازدواج لا يتزن إلا مع ازدواج آخر معنى أن الجسم لا يمكن أن يتزن تحت تأثير ازدواج وقوة.

### تذكر • تكافؤ ازدواجين

يتكافؤ ازدواجان مستويان إذا تساوى متجهها عزميهما. أي أن : شرط تكافؤ ازدواجين مستويين  $G_1$  ،  $G_2$  هو :  $\vec{G}_1 = \vec{G}_2$



$$\vec{e}_1 = \vec{e}_2$$

لاحظ أن :  
① الازدواجان المستويان  $\vec{e}_1$  ،  $\vec{e}_2$  يتكافئان إذا تساوى القياس الجبرى لعزميهما أى إذا كان :  $\vec{e}_1 = \vec{e}_2$   
② الازدواج لا يكافئ إلا ازدواج آخر.

### تذكر الازدواج المحصل

مجموع أى عدد محدود من الازدواجات المستوية يسمى الازدواج المحصل وهو ازدواج عزمه يساوى مجموع عزوم هذه الازدواجات.

$$\vec{e} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \dots + \vec{e}_n$$

أى أن : ويكون القياس الجبرى لعزم الازدواج المحصل لعدة ازدواجات مستوية = مجموع القياسات الجبرية لعزوم هذه الازدواجات.

$$\vec{e} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \dots + \vec{e}_n$$

لاحظ أنه :

- ① إذا كان  $\vec{e}$  (القياس الجبرى لعزم الازدواج المحصل) = الصفر فيقال حينئذ لمجموعة الازدواجات إنها متوازنة.
- ② إذا كانت محصلة عدة قوى مستوية  $\vec{e}$  ومجموع عزومها حول نقطة فى مستويها  $\vec{e}$  وكان :

$$(1) \vec{e} = \vec{0} , \vec{e} = \vec{0} , \text{ فإن المجموعة متزنة.}$$

$$(2) \vec{e} = \vec{0} , \vec{e} \neq \vec{0} \text{ فإن المجموعة تكافئ ازدواجاً معيار عزمه } = \|\vec{e}\|$$

- ③ إذا كان مجموع القياسات الجبرية لعزوم مجموعة من القوى المستوية بالنسبة لثلاث نقط ليست على استقامة واحدة فى مستويها يساوى مقداراً ثابتاً (لا يساوى الصفر) كانت هذه المجموعة تكافئ ازدواجاً القياس الجبرى لعزمه يساوى هذا المقدار الثابت.

أى أنه :

- لأى ثلاث نقط 1 ، 2 ، 3 ليست على استقامة واحدة إذا أثرت مجموعة من القوى فى مستويها وكان :  $\vec{e}_1 = \vec{e}_2 = \vec{e}_3 = \vec{e}$  مقدار ثابت (لا يساوى الصفر)

فإن : مجموعة القوى تكافئ ازدواجاً القياس الجبرى لعزمه = المقدار الثابت

ومنها : إذا كان  $\vec{e}_1 = \vec{e}_2 = \vec{e}_3 = \vec{e}$  = الصفر فإن مجموعة القوى تكون متزنة.

### تذكر القواعد الهامة الآتية

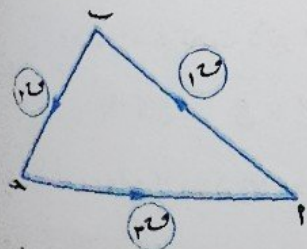
- ① إذا أثرت ثلاث قوى مستوية وغير متلاقية فى نقطة فى جسم متماسك ومثلها تمثيلاً تاماً أضلاع مثلث مأخوذة فى ترتيب دورى واحد

كانت هذه المجموعة تكافئ ازدواجاً معيار عزمه يساوى ضعف مساحة سطح المثلث  $\times$  م حيث م ثابت يساوى  $\frac{\text{مقدار القوة}}{\text{طول الضلع الممثل لها}}$

$$\text{أى إذا كان : } \vec{e}_1 = \vec{e}_2 = \vec{e}_3 = \vec{e} \text{ حيث م مقدار ثابت ، } \vec{e}_1 , \vec{e}_2 , \vec{e}_3$$

مأخوذة فى اتجاه دورى واحد 1 ، 2 ، 3 ، حـ م على الترتيب فإن مجموعة

$$\text{القوى } \vec{e}_1 , \vec{e}_2 , \vec{e}_3 \text{ تكافئ ازدواجاً معيار عزمه } = 2 \times \text{مساحة } \triangle ABC \times م$$

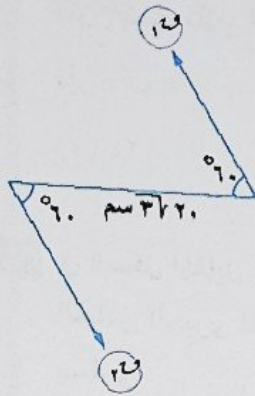


- ② إذا أثرت عدة قوى مستوية فى جسم متماسك ومثلها تمثيلاً تاماً أضلاع مضلع مقفل مأخوذة فى ترتيب دورى واحد كانت هذه المجموعة تكافئ ازدواجاً معيار عزمه يساوى ضعف مساحة سطح المضلع فى عدد وحدات القوة التى تمثلها وحدة الأطوال.



# اختبار على الوحدة الخامسة

١ في الشكل المقابل :



إذا كان :  $\vec{u} = 7$  نيوتن ، القوتان  $\vec{u}$  ،  $\vec{v}$  تكونان ازدواجًا  
فإن القياس الجبري لعزم الازدواج يساوي ..... نيوتن.سم.

أ) 14.0

ب) 7.0

ج) 21.0

د) 1.0

٢ إذا كان :  $\vec{u}$  ،  $\vec{v}$  ازدواجين مترنين ،  $\vec{u} = 10$  ، فإن :  $\vec{u} - \vec{v} = \dots\dots\dots$   
أ) صفر  
ب)  $\vec{u}$   
ج)  $20 - \vec{u}$   
د)  $20 - \vec{u}$

٣ إذا كانت :  $\vec{u} = 2 - \vec{s} - \vec{v}$  تؤثر في النقطة  $A(2, 2)$  ،  $\vec{u} = 2 - \vec{s} + \vec{v}$  تؤثر في النقطة  $B(-1, 4)$  فإن القياس الجبري لعزم الازدواج المكون من القوتين  $\vec{u}$  ،  $\vec{v}$  يساوي .....  
وحدة عزم.

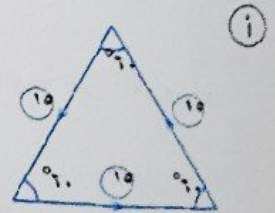
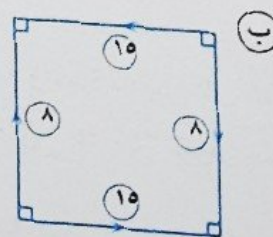
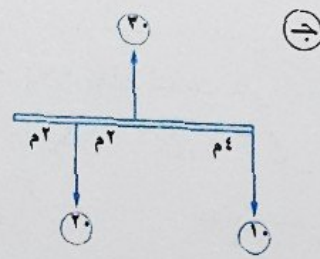
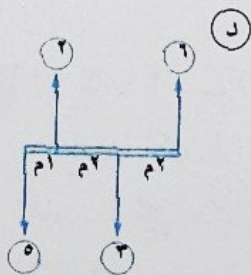
أ) صفر

ب) 24 -

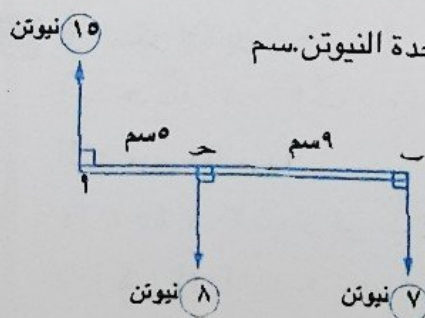
ج) 24 -

د) 24

٤ نظام القوى الذي لا يمثل ازدواجًا فيما يلي هو .....



٥ في الشكل المقابل :  
القياس الجبري لعزم الازدواج لمجموعة القوى المؤثرة على القضيب  $P$  بوحدة النيوتن.سم



أ) 58 -

ب) 138

ج) 138 -

د) 58



## ٦ في الشكل المقابل :

أ قضيب خفيف طوله ٤٠ سم ، فإذا علم أن القضيب متزن تحت تأثير القوى الأربع الموضحة بالشكل

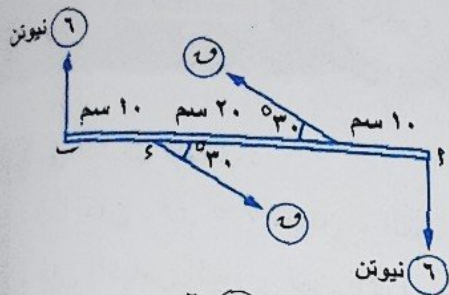
فإن :  $W = \dots$  نيوتن.

(أ) ٢٤

(ب) ٢٠

(ج) ١٢

(د) ٦



## ٧ في الشكل المقابل :

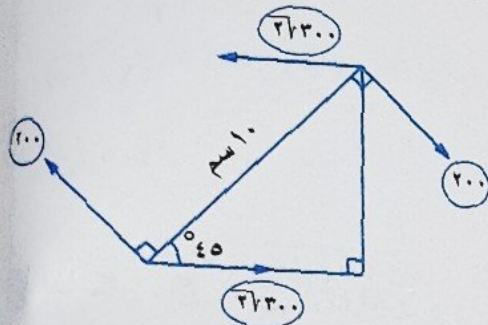
القياس الجبرى لعزم الازدواج المحصل يساوى ..... نيوتن.سم.

(أ) ٢٠٠٠

(ب) ٢٠٠٠

(د) ١٠٠٠

(ج) ١٠٠٠



## ٨ في الشكل المقابل :

أ ح صفيحة رقيقة على شكل مثلث قائم الزاوية فى ب

حيث :  $AB = 18$  سم ،  $BC = 24$  سم

، فإذا كان وزن الصفيحة ٥٠٠ ث.جم ويؤثر فى نقطة تقاطع متوسطات المثلث.

علقت الصفيحة تعليقاً حرّاً من الرأس أ فى مسمار أفقى بحيث كان مستواها رأسياً.

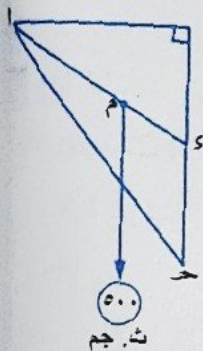
فإن : معيار عزم الازدواج الذى يجعل  $\overline{AB}$  أفقياً = ..... ث.جم.سم

(أ) ٥٠٠

(ب) ٥٠٠٠

(ج) ٦٠٠

(د) ٦٠٠٠



## ٩

إذا كانت أ ، ب ، ح ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة بحيث كان هناك مجموعة من القوى فى

مستوياتها تكون ازدواجاً وكان :  $2 \text{ ج} + 2 \text{ ج} + 5 \text{ ج} = 240$  نيوتن.سم

فإن :  $4 \text{ ج} - 2 \text{ ج} = \dots$  نيوتن.سم.

(أ) ٢٤

(ب) ٤٨

(ج) ٩٦

(د) ١٩٢

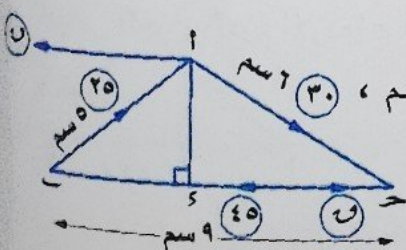
## ١٠ في الشكل المقابل :

أ ح مثلث فيه :  $AB = 5$  سم ،  $BC = 9$  سم ،  $AC = 6$  سم ،

أثرت قوى مقاديرها

٢٥ ، ٤٥ ، ٢٠ نيوتن فى أ ، ب ، ح على الترتيب

فإذا كان  $\overline{AC} \perp \overline{BC}$  حيث  $\exists \overline{BC}$

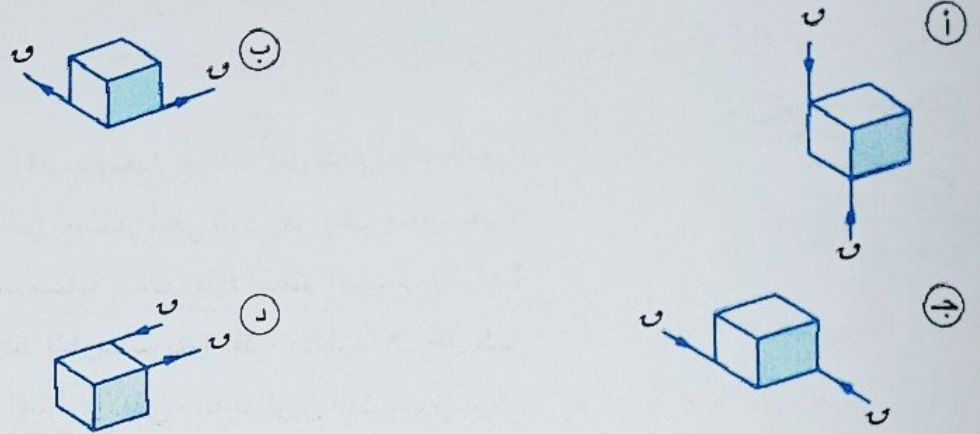




فإن : القوتين اللتين مقدار كل منهما ١٠ نيوتن واللتين تؤثران في نهايتي  $\vec{A}$  وعموديتين عليه حتى تحدثان اتزانًا مع المجموعة السابقة مقدارهما ..... نيوتن.

- (أ) ٤٥ ، ٤٥ (ب) ٣٥ ، ٣٥ (ج) ٢٥ ، ٢٥ (د) ١٥ ، ١٥

جميع الأشكال الآتية تكافئ ازدواجًا ما عدا الشكل .....



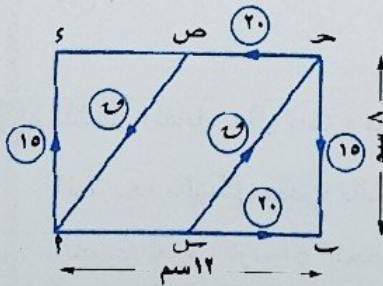
إذا كانت  $\vec{F}_1 = 6\vec{s} + 2\vec{v}$  وتؤثر في النقطة  $P(1, -2)$  ،  $\vec{F}_2 = -\vec{s} - 4\vec{v}$  وتؤثر في النقطة  $Q(4, -1)$  ،  $\vec{F}_3 = 5\vec{s} - \vec{v}$  وتؤثر في النقطة  $R(2, 0)$  ، فإن : المجموعة تكافئ ازدواجًا معيار عزمه = ..... وحدة عزم.

- (أ) ١٥ (ب) ١٦ (ج) ١٧ (د) ١٨

إذا كانت القوتان :  $\vec{F}_1 = 5\vec{s} + 4\vec{v}$  ،  $\vec{F}_2 = 2\vec{g}$  ،  $\vec{F}_3 = -\vec{s} - 9\vec{v}$  +  $\vec{g}$  تكونان ازدواجًا فإن :  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \dots\dots\dots$

- (أ) ١- (ب) ١ (ج) ٨ (د) ١٧

١٤ في الشكل المقابل :



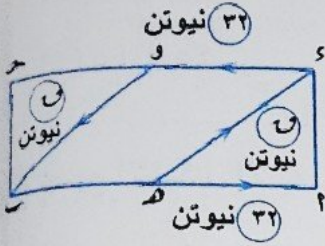
أ ب ح د مستطيل فيه :  $AB = 12$  سم ،  $BC = 8$  سم ،  $AC = 10$  سم ،  $BD = 10$  سم ، أثرت قوى مقاديرها ٢٠ ، ١٥ ، ١٥ ، ٢٠ نيوتن في الأضلاع  $AB$  ،  $BC$  ،  $CD$  ،  $DA$  ، فإن :  $\vec{F}_1 = 10\vec{s} + 20\vec{v}$  ،  $\vec{F}_2 = 20\vec{s} - 10\vec{v}$  ،  $\vec{F}_3 = 10\vec{s} + 20\vec{v}$  ،  $\vec{F}_4 = 20\vec{s} - 10\vec{v}$  ، فإذا كانت مجموعة القوى تكافئ ازدواجًا معيار عزمه ١٠٠ نيوتن سم ويعمل على الدوران في الاتجاه  $AB$  ح د فإن :  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \dots\dots\dots$  نيوتن.

- (أ) ١٢ (ب) ١٥ (ج) ٢٥ (د) ٣٥



١٥ في الشكل المقابل :

أ ب ح د مستطيل فيه : أ ب = ١٦ سم ، ب ح = ٦ سم ، هـ ، و منتصفا أ ب ، د ح على الترتيب ، فإذا كانت مجموعة القوى مترنة فإن : و = ..... نيوتن.



(ب) ٤٠

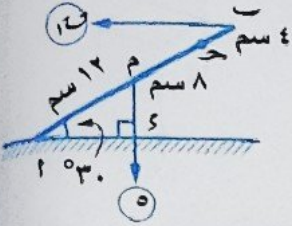
(أ) ٢٠

(د) ١٠

(ج)  $2\sqrt{20}$

١٦ في الشكل المقابل :

أ ب قضيب منتظم طوله ٢٤ سم ومقدار وزنه ٥ ثقل كجم يمكنه الدوران بسهولة في مستو رأسى حول مسمار أفقى ثابت يمر بثقب صغير فى القضيب يبعد عن طرفه ب مسافة ٤ سم. فإذا استند القضيب بطرفه أ على سطح أفقى أملس وشد الطرف ب بقوة أفقية مقدارها ١ ثقل كجم حتى أصبح الضغط على السطح الأفقى مساوياً لوزن القضيب وكان القضيب يميل على الأفقى حينئذٍ بزاوية قياسها ٣٠° فإن : و = ..... ث.كجم.



(د)  $3\sqrt{5}$

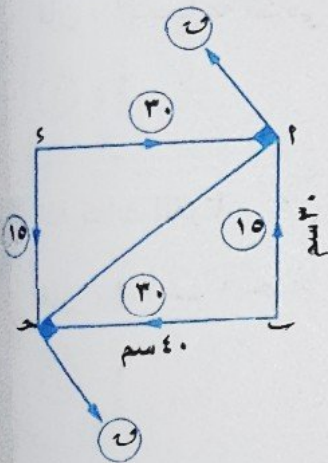
(ج)  $3\sqrt{10}$

(ب)  $3\sqrt{15}$

(أ)  $3\sqrt{30}$

١٧ في الشكل المقابل :

أ ب ح د مستطيل فيه : أ ب = ٣٠ سم ، ب ح = ٤٠ سم أثرت القوى التى مقاديرها ١٥ ، ٣٠ ، ١٥ ، ٣٠ داین فى أ ، ب ، ح ، د على الترتيب. ثم أثرت قوتين مقدارهما و ، و فى أ ، ح عمودياً على أ ب بحيث تتزن المجموعة فإن : و = ..... داین.



(ب) ٥

(أ) ٤

(د) ١٠

(ج) ٦

١٨ الشكل المقابل يمثل قنطرة تؤثر عليها القوى

الموضحة بالشكل مقدرة بالنيوتن فإذا كان القياس الجبرى لعزم الازدواج المحصل يساوى ( ٢٠٠ -  $3\sqrt{200}$  ) نيوتن.م.

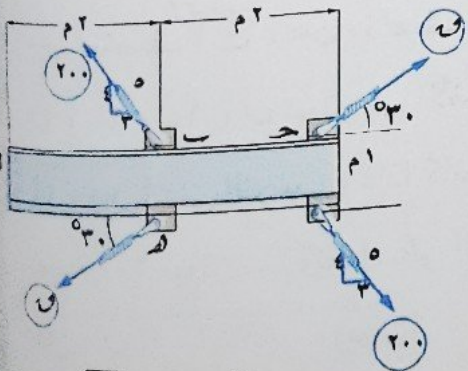
فإن : و = ..... نيوتن.

(أ) ٤٠٠

(ب)  $3\sqrt{400}$

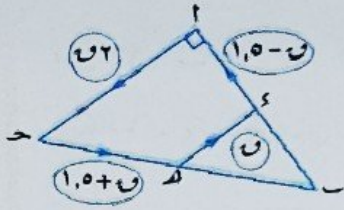
(ج) ٢٠٠

(د)  $3\sqrt{200}$





## ١٩ الشكل المقابل :



أ- ح مثلث قائم الزاوية في ١،  $1 = 6$  سم،  $2 = 8$  سم،  $3 = 5$  سم،  
 لم منتصفاً ١، ٢، ٣ أثرت قوى مقاديرها بالنيوتن ٢، ٣، ٣،  
 في أضلاع المضلع ١ ح ٢ ح ٣ ح في الاتجاهات  
 $\vec{1}$ ،  $\vec{2}$ ،  $\vec{3}$ ،  $\vec{4}$  على الترتيب. فإذا كانت مجموعة القوى  
 تكافئ ازدواج. فإن معيار عزم الازدواج = ..... نيوتن.سم.

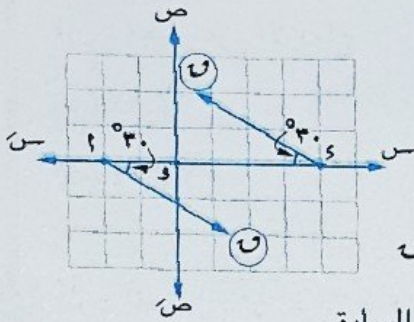
٥٤ (د)

١٠٨ (ج)

٣٦ (ب)

٧٢ (أ)

## ٢٠ الشكل المقابل :



أثرت القوى  $\vec{1} = \vec{2} - \vec{3} = \vec{4}$ ،  $\vec{2} = \vec{3} - \vec{4} = \vec{1}$ ،  $\vec{3} = \vec{4} - \vec{1} = \vec{2}$ ،  
 $\vec{4} = \vec{1} - \vec{2} = \vec{3}$  في النقاط ١ (٠، ٢)، ٢ (٢، ٠)، ٣ (٢، ٢)، ٤ (٠، ٠).

ح (١، ٢) فكانت ازدواجاً كما أثرت القوتان التي مقداراهما  $u$ ،  $u$

عند النقطتين ١، ٢ (٠، ٢) كما هو موضح بالشكل فأتزنت مع الازدواج السابق

، (علماً بأن جميع القوى مقدرة بالثقل جرام وتؤثر في جسم متماسك يقع في المستوى س-ص)

فإن :  $u = \dots \dots \dots$  ث.جم.

٢٧ (د)

٢ (ج)

٣ (ب)

٣٧ (أ)

٢١ إذا أثرت ثلاث قوى مستوية وغير متلاقية في نقطة في جسم متماسك ومثلها تمثيلاً تاماً أضلاع

مثلث أ- ح مأخوذة في ترتيب دوري واحد فإن : .....

(ب)  $\vec{1} = \vec{2} = \vec{3} = \vec{4} \neq \text{صفر}$

(أ)  $\vec{1} = \vec{2} = \vec{3} = \vec{4} = \text{صفر}$

(د) محصلة القوى  $\neq \text{صفر}$

(ج)  $\vec{1} = \vec{2} + \vec{3} = \vec{4}$

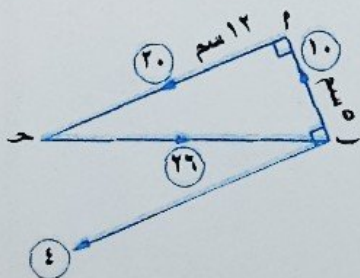
٢٢ مجموعة القوى في الشكل المقابل .....

(أ) متزنة

(ب) تكافئ قوة

(ج) تكافئ ازدواج قياسه الجبرى ١٠٠

(د) تكافئ ازدواج قياسه الجبرى ١٠٠-

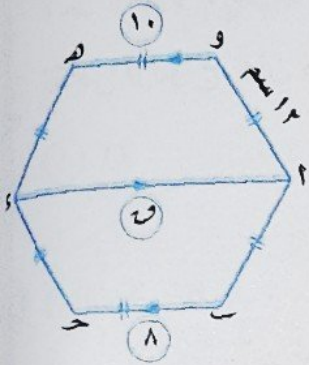




٢٢ إذا كانت :  $\vec{P} = (3, 4)$  ،  $\vec{Q} = (1, 1)$  ،  $\vec{R} = (1, -2)$  تكافئ ازدواج  
فإن :  $P + Q = \dots\dots\dots$

- (أ) ١- (ب) ٢- (ج) ١ (د) ٢

٢٤ في الشكل المقابل :



أ ب ح د هـ و شكل سداسي منتظم طول ضلعه ١٢ سم أثرت القوى  
التي مقاديرها ١٠ ، ٨ ، ٦ نيوتن في و هـ ، د ، ب ح على  
الترتيب فإذا كانت المجموعة تكافئ ازدواج  
فإن : معيار عزم الازدواج = ..... نيوتن.سم.

- (أ) ١٢ ٢ (ب) ٦ ٢ (ج) ٢٤ ٢ (د) ٨ ٢

٢٥ أثرت القوتان :  $\vec{P} = (4, 3)$  في نقطة أ (٢ ، ١) ،  $\vec{Q}$  في النقطة ب (٤ ، ٢) فإذا كانت القوتان تكونان  
ازدواج عزمه = ١٠ - ع فإن :  $\frac{P}{4} + \frac{Q}{3} = \dots\dots\dots$

- (أ)  $\frac{1}{12}$  (ب) ١ (ج) ١- (د)  $\frac{2}{3}$



# اختبار تراكمي

## من الوحدة الأولى حتى الوحدة الخامسة

١ قوة مقدارها  $2\sqrt{50}$  ثجم تعمل في  $\overrightarrow{AB}$  حيث  $A(0, 2)$  ،  $B(2, 4)$  فإن مقدار عزم هذه القوة حول نقطة الأصل يساوي .....

- ٢٠٠ (أ) ٣٥٠ (ب) ١٠٠ (ج) ١٥٠ (د)

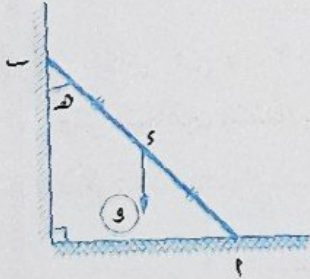
٢ الشكلان المقابلان يوضحان قالبين متساويين في الكتلة والحجم موضوعين على مستوى أفقي خشن في وضعين مختلفين أثرت عليهما قوتان مقدارهما  $F_1$  ،  $F_2$  لتجعلهما على وشك الحركة فإن .....



- (أ)  $F_1 > F_2$   
(ب)  $F_1 < F_2$   
(ج)  $F_1 = F_2$   
(د) لا يمكن المقارنة بينهما.

٣ في الشكل المقابل :

يستند سلم منتظم  $AB$  بطرفه العلوي على حائط أملس رأسي وبطرفه السفلي على مستوى أفقي خشن معامل الاحتكاك السكوني بينهما  $\frac{1}{4}$  فإذا كان على وشك الانزلاق فإن قياس زاوية ميل السلم على الرأسى  $\theta =$  .....

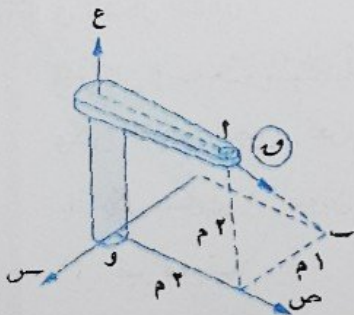


- (أ)  $\frac{\pi}{6}$   
(ب)  $\frac{\pi}{4}$   
(ج)  $\tan^{-1} \frac{1}{4}$   
(د)  $\tan^{-1} \frac{1}{3}$

٤ إذا كانت :  $\vec{u} = 5\vec{s} - \vec{l} + \vec{v} - \vec{g}$  تؤثر في النقطة  $P(1, -2, 3)$  وكان عزم  $\vec{u}$  بالنسبة للنقطة  $B(-2, 2, 4)$  يساوي  $5\vec{s} - \vec{l} - \vec{v} - \vec{g}$  فإن :  $\vec{l} =$  .....

- ٩- (أ) ٢- (ب) ٣ (ج) ٩ (د)

٥ في الشكل المقابل :



عزم القوة  $F = 16\sqrt{5}$  نيوتن حول النقطة  $O$  يساوي .....

- (أ)  $56\vec{s} - 28\vec{v} + 28\vec{g}$   
(ب)  $56\vec{s} - 28\vec{v} - 28\vec{g}$   
(ج)  $28\vec{s} - 56\vec{v} - 28\vec{g}$   
(د)  $28\vec{s} - 56\vec{v} + 28\vec{g}$



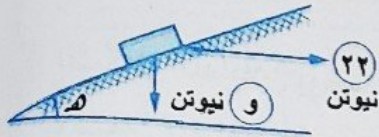
جسم وزنه ٦ ث. كجم وضع على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  فكان على وشك الانزلاق فإذا زاد قياس زاوية ميل المستوى إلى  $60^\circ$  فإن أقل قوة تحفظ توازن الجسم وتعمل في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى هي ..... ث. كجم.

د)  $3\sqrt{3}$

ج)  $3\sqrt{2}$

ب)  $3\sqrt{2}$

أ) ٣



٦ في الشكل المقابل :

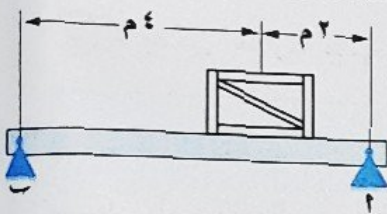
جسم وزنه (و) نيوتن موضوع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $\theta$  حيث  $\tan \theta = \frac{5}{13}$  فإذا شد الجسم بقوة أفقية مقدارها ٢٢ نيوتن جعلت الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى فإذا كان معامل الاحتكاك بين الجسم والمستوى  $\frac{1}{4}$  فإن وزن الجسم (و) يساوى ..... نيوتن.

د) ٢٤

ج) ١٩

ب) ١٥

أ) ٢٢



الشكل المقابل يوضح لوحاً خشبياً منتظماً كتلته ٣٠ كجم لكل متر من طوله يرتكز في وضع أفقى على حاملين ١، ٢ ويحمل صندوقاً كتلته ٢٤٠ كجم. فإن الضغط الواقع على الحامل ١ يساوى ..... ث. كجم.

د) ٤٢٠

ج) ٢٥٠

ب) ١٧٠

أ) ٢٧٠

٩ إذا كان :  $\vec{u} = 30$  نيوتن ،  $\vec{v} = 70$  نيوتن والبعد بين  $\vec{u}$  ،  $\vec{v}$  هو ١٠٠ سم حيث  $\vec{u} // \vec{v}$  وفى اتجاهين متضادين فإن بُعد نقطة تأثير المحصلة عن  $\vec{u}$  يساوى ..... سم.

د) ٤٠

ج) ٧٠

ب) ٣٠

أ) ١٧٥

١٠ إذا أثرت القوى :  $\vec{u} = 3 - \vec{v}$  ،  $\vec{v} = -\vec{u} + \vec{v}$  ،  $\vec{u} = \vec{v} + \vec{u}$  ،  $\vec{u} = \vec{v} + \vec{u}$  فى النقطة ٢ = (١ ، ٢) فإن طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على خط عمل محصلة هذه القوى يساوى ..... وحدة طولية.

د) ١٥

ج) ٥

ب) ١٠

أ) ٢

١١ فى الشكل المقابل :

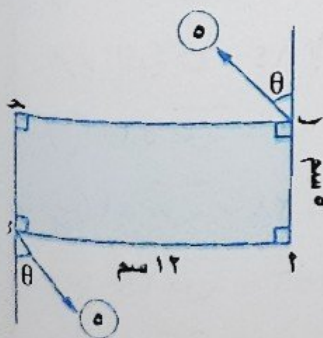
إذا كان  $\vec{a}$  حراً مستطيلاً فيه :  $\vec{a} = 5$  سم ،  $\vec{b} = 12$  سم وكان القياس الجبرى لعزم الازدواج الناشئ من القوتين ٥ ، ٥ نيوتن الموضحتين بالشكل يساوى ٦٥ نيوتن.سم فإن :  $\theta = \dots\dots\dots$

أ) غير معرف.

ج)  $\frac{5}{12}$

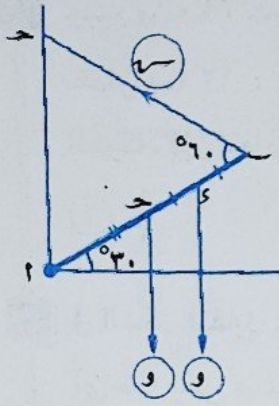
ب) صفر

د)  $\frac{4}{3}$





في الشكل المقابل :



أ ساق منتظمة وزنها (و) مثبت في مفصل عند نقطة أ ، علق ثقل وزنه (و) من نقطة د على القضيب حيث  $2 = 2 = 2 = 2$  ح و ربط الطرف ب من القضيب بخيط مشدود ومربوط طرفه الآخر في نقطة ح أعلى نقطة أ بحيث  $2 = 60^\circ$  فإذا كان القضيب في وضع الاتزان يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  فإن : الشد في الخيط = .....

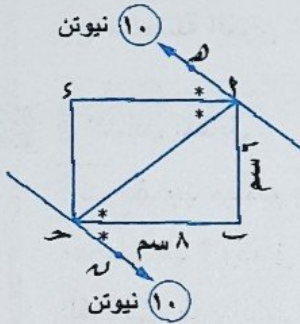
د ٢

ج ٥/٤

ب ٢/٢

أ ٥/٢

في الشكل المقابل :



إذا كان أ ب ح د مستطيل

فإن معيار عزم الازدواج المكون من القوتين اللتين مقداراهما ١٠ ، ١٠ نيوتن يساوى ..... نيوتن.سم.

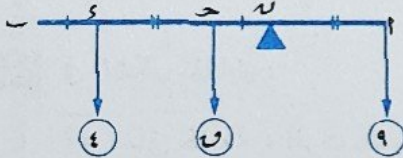
ب ٩٨

أ ١٩٦

د ٢٤٢

ج ٩٦

في الشكل المقابل :



إذا كان القضيب مهمل الوزن ومتزن في وضع أفقى والأوزان مقاسة بوحدة نيوتن وكان  $2 = 2 = 2 = 2$  ح و  $2 = 2$  ب فإن رد فعل الوتد على القضيب يساوى ..... نيوتن.

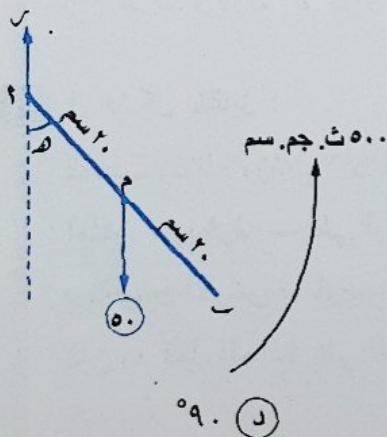
د ١٩

ج ١١

ب ٦

أ ٥

في الشكل المقابل :



أ قضيب منتظم طوله ٤٠ سم ووزنه ٥٠ ث.جم

، يمكنه الدوران بسهولة في مستوى رأسى حول المفصل عند أ

، أثر على القضيب ازدواج معيار عزمه ٥٠٠ ث.جم.سم

فإن في وضع الاتزان قياس زاوية ميله مع الرأسى = .....

د ٩٠

ج ٤٥° ، ١٣٥

ب ٦٠° ، ١٢٠

أ ٣٠° ، ١٥٠



جسم وزنه ٣٩ ث.كجم ، موضوع على مستوى أفقى خشن ، أثرت عليه قوتان فى نفس المستوى الأفقى مقداراهما ١٢ ، ٥ ث.كجم ، وقياس الزاوية المحصورة بين اتجاهيهما ٩٠° فإذا كان الجسم على وشك الحركة. فإن معامل الاحتكاك السكونى = .....

د)  $\frac{1}{5}$

ج)  $\frac{1}{4}$

ب)  $\frac{1}{2}$

أ)  $\frac{1}{3}$

١٦ فى الشكل المقابل :

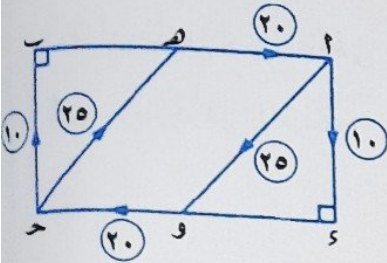
أى مما يأتى صحيح ؟

أ) مجموعة القوى متزنة

ب)  $\vec{C}_1 = \vec{C}_2 = \vec{C}_3 = \text{صفر}$

ج)  $\vec{C}_1 = \vec{C}_2 = \vec{C}_3 \neq \text{صفر}$

د) محصلة القوى  $\neq \text{صفر}$



١٨ فى الشكل المقابل :

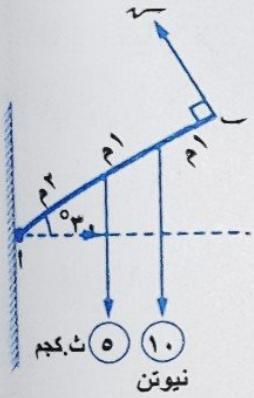
أ - قضيب منتظم وزنه ٥ ث.كجم. مثبت فى حائط رأسى بواسطة مفصل عند أ ومعلق من طرفه ب بواسطة خيط خفيف عمودى على القضيب. فإن الشد فى الخيط = ..... نيوتن.

ب)  $3\sqrt{2} \cdot 20$

د) ٥٩

أ)  $3\sqrt{2} \cdot 16$

ج)  $3\sqrt{2} \cdot 5$



١٩ فى الشكل المقابل :

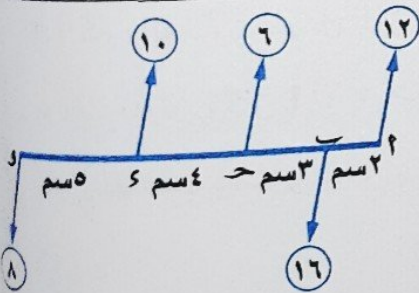
أ - ساق خفيفة ، أثرت عليها القوى المستوية المتوازية الموضحة بالشكل ، وخط عمل المحصلة يقطع أ فى النقطة ه فإن : .....

أ)  $\vec{H} \ni \vec{A}$

ب)  $\vec{H} \ni \vec{C}$

ج)  $\vec{H} \ni \vec{O}$  ،  $\vec{H} \ni \vec{A}$

د)  $\vec{H} \ni \vec{O}$  ،  $\vec{H} \ni \vec{A}$



٢٠ فى الشكل المقابل :

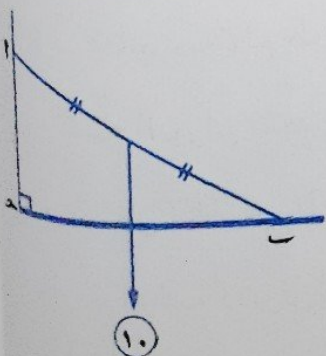
قضيب منتظم وزنه ١٠ ث.كجم ، يرتكز بطرفه أ على حائط رأسى أملس ، وبطرفه ب على أرض أفقية خشنة ، معامل الاحتكاك السكونى بينه وبين الأرض يساوى  $\frac{1}{3}$  ، وكان القضيب على وشك الانزلاق. فإن رد فعل الحائط على القضيب = ..... ث.كجم.

أ) ١٠

ب) ٢,٥

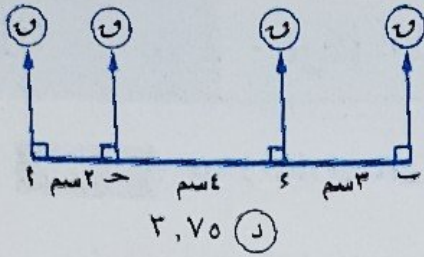
ج) ٢٠

د) ٥





## في الشكل المقابل :



إذا كانت محصلة هذه القوى تؤثر في نقطة م  $\Rightarrow$   $\overline{AB}$   
فإن م = ..... سم.

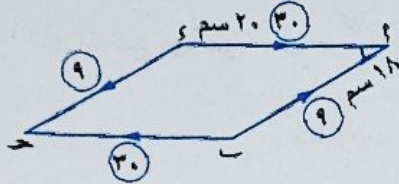
أ) ٢,٢٥

ب) ٤,٧٥

ج) ٢,٢٥

د) ٢,٧٥

## في الشكل المقابل :



أ) ح د متوازي أضلاع فيه  $\angle A = 30^\circ$  ،  $AB = 18$  سم ،  $AD = 20$  سم. أثرت القوى كما بالشكل مقدرة بوحدة ث.جم. فكونت ازدواج محصل ، فإذا أثرت قوتان مقدارهما  $9$  ،  $9$  ث.جم عند  $A$  ،  $D$  عموديتان على  $AC$  ويكونان ازدواجًا يكافئ الازدواج السابق ، فإن :  $9$  = ..... ث.جم.

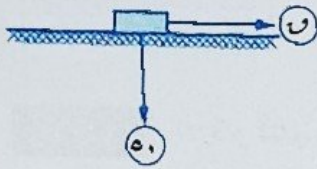
أ) ١٨

ب) ٢٠

ج) ١٠

د) ٩

## في الشكل المقابل :



جسم وزنه ٥٠ ث.كجم. موضوع على مستوى أفقي خشن ، أثرت عليه قوة أفقية مقدارها  $30$  ث.كجم ، فأوشك الجسم على الحركة. فإذا علم أن جيب زاوية الاحتكاك يساوي  $\frac{3}{5}$  فإن :  $30$  = ..... ث.كجم.

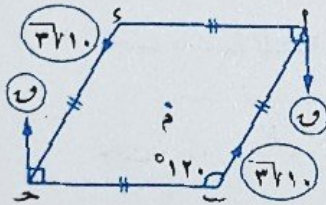
أ)  $34\sqrt{2}$

ب) ٥٠

ج) ٢٠

د)  $34\sqrt{2}$

## في الشكل المقابل :



أ) ح د صفيحة رقيقة منتظمة على هيئة معين ، فيه  $\angle A = 120^\circ$  ، علقت الصفيحة في مسمار من ثقب صغير عند مركزها م. وأثرت القوتان  $10\sqrt{3}$  نيوتن ،  $10\sqrt{3}$  نيوتن في  $A$  ،  $D$  كما أثرت قوتان مقدارهما  $10$  نيوتن ،  $10$  نيوتن عند  $A$  ،  $D$  وعموديتان على  $AC$  ،  $AC$  كما هو موضح بالشكل فاتزننت الصفيحة ، فإن مقدار  $10$  = ..... نيوتن.

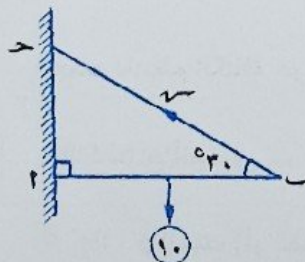
أ) ٥

ب)  $3\sqrt{5}$

ج)  $3\sqrt{10}$

د) ١٠

## في الشكل المقابل :



أ) قضيب منتظم وزنه ١٠ ث.كجم ، يتصل عند  $A$  بمفصل مثبت في حائط رأسي ، ومربوط عند  $B$  بخيط خفيف يميل على القضيب بزاوية قياسها  $30^\circ$  ، والطرف الآخر للخيط مثبت في نقطة ح من الحائط الرأسى أعلى  $A$

فإن مقدار الشد في الخيط الذي يحفظ القضيب في وضع أفقي = ..... ث.كجم.

أ) ٥

ب) ٢٠

ج)  $\frac{1}{2}$

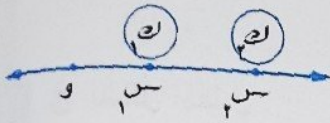
د) ١٠



# ملخص الوحدة السادسة

## مركز الثقل

### تذكر مركز ثقل نقطتين ماديتين (جسمين)



مركز ثقل جسمين كتلتاهما  $m_1$ ،  $m_2$  في الموضعين  $x_1$ ،  $x_2$  على الترتيب بالنسبة للراصد

$$\text{في الموضع «و» هو } x = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

لاحظ أن :

مركز الثقل (م) لكتلتين ( $m_1$ ،  $m_2$ ) عند النقطتين ١، ٢ يفصل بين مركزي ثقليهما مسافة ثابتة ليقع على القطعة المستقيمة الواصلة

بين النقطتين ويقسم طولها بنسبة عكسية للنسبة بين الكتلتين.



$$\text{أي أن : } \frac{x_2}{x_1} = \frac{m_1}{m_2}$$

### تذكر مركز ثقل نظام ثنائي الأبعاد

\* إذا كانت  $m_1$ ،  $m_2$ ،  $m_3$ ، ...،  $m_n$  هي كتل الجسيمات المكونة للجسم الجاسئ التي مواضعها ( $x_1$ ،  $y_1$ )

، ( $x_2$ ،  $y_2$ )، ( $x_3$ ،  $y_3$ )، ...، ( $x_n$ ،  $y_n$ ) بالنسبة للراصد في الموضع ( $x_0$ ،  $y_0$ ) فإن موضع مركز الثقل

للجسم بالنسبة للنقطة «و» هو ( $x$ ،  $y$ )

$$\text{حيث : } x = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \quad , \quad y = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

\* إذا كان لدينا جسم كتلته  $m$  ومركز ثقله في الموضع ( $x$ ،  $y$ ) واقطعنا منه جزءًا كتلته  $m_1$  ومركز ثقله في الموضع ( $x_1$ ،  $y_1$ )

$$\text{فإن مركز ثقل الجزء الباقي يكون في الموضع } (x_2, y_2) \text{ حيث : } x_2 = \frac{m x - m_1 x_1}{m - m_1} \quad , \quad y_2 = \frac{m y - m_1 y_1}{m - m_1}$$

### تذكر الجسم المنتظم الكثافة

الجسم المنتظم الكثافة هو الجسم الذي تكون كتلة وحدة الأطوال أو المساحات أو الحجوم المأخوذة من أي جزء منه ثابتة ومن

ذلك نستنتج أنه :

\* إذا كان السلك (أو القضيب) منتظم الكثافة فإن وزنه يتناسب مع طوله.

\* إذا كانت الصفيحة رقيقة منتظمة الكثافة فإن وزنها يتناسب مع مساحة سطحها.



## تذكر التعليق الحر للجسم الجاسي

مركز ثقل الجسم الجاسي المعلق تعليقًا حرًا يقع على الخط الرأسى المار بنقطة التعليق.

ملاحظة :

\* إذا وجد محور تماثل هندسى لصفحة رقيقة منتظمة الكثافة وقع مركز ثقلها على خط المحور.

\* إذا وجد مستوى تماثل هندسى لجسم منتظم الكثافة وقع مركز ثقله في هذا المستوى.

## تذكر مراكز ثقل بعض القضبان والصفائح المنتظمة وبعض المجسمات :

- ① مركز ثقل قضيب منتظم الكثافة يقع عند نقطة منتصفه.
- ② مركز ثقل صفحة رقيقة منتظمة الكثافة محدودة بمتوازي أضلاع أو إحدى حالاته الخاصة (المربع - المستطيل - المعين) يقع عند مركزها الهندسى (نقطة تقاطع القطرين).
- ③ مركز ثقل صفحة رقيقة منتظمة الكثافة محدودة بمثلث يقع عند نقطة تلاقى متوسطات هذا المثلث (هى نقطة تقسم المتوسط من الداخل بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة).
- ④ مركز ثقل صفحة رقيقة منتظمة الكثافة محدودة بدائرة يقع في مركز الدائرة.
- ⑤ مركز ثقل صفحة رقيقة منتظمة الكثافة محدودة بشكل سداسى منتظم يقع عند مركز السداسى.
- ⑥ مركز ثقل سلك منتظم الكثافة على هيئة دائرة يقع في مركز الدائرة.
- ⑦ مركز ثقل قشرة كروية منتظمة الكثافة يقع في مركز الكرة.
- ⑧ مركز ثقل كرة مصمتة منتظمة الكثافة يقع في مركز الكرة.
- ⑨ مركز ثقل مجسم منتظم الكثافة على هيئة متوازي مستطيلات يقع في مركزه الهندسى.
- ⑩ مركز ثقل قشرة أسطوانية دائرية قائمة منتظمة الكثافة يقع عند نقطة منتصف محورها.
- ⑪ مركز ثقل أسطوانة دائرية قائمة مصمتة منتظمة الكثافة يقع عند نقطة منتصف محورها.
- ⑫ مركز ثقل منشور قائم منتظم الكثافة يقع عند نقطة منتصف المحور الموازى لأحرفه الجانبية والمار بمركزى ثقل قاعدتيه باعتبارهما صفيحتين رقيقتين منتظمتي الكثافة.

### ملاحظة هامة

مركز ثقل صفحة رقيقة منتظمة محدودة بمثلث ينطبق مع مركز ثقل ثلاث كتل متساوية موضوعة عند رؤوس المثلث.



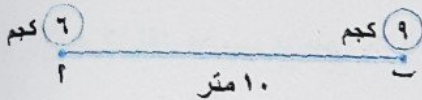
# اختبار على الوحدة السادسة

١ مركز ثقل النظام التالي :  $ل_1 = ١$  عند  $(٢, ٢)$  ،  $ل_٢ = ٢$  عند  $(١, ٢)$  ،  $ل_٣ = ٣$  عند  $(١, ٠)$  هو .....

- (أ)  $(\frac{٤}{٣}, \frac{١}{٣})$  (ب)  $(\frac{٤}{٣}, \frac{٧}{٦})$  (ج)  $(\frac{٢}{٣}, \frac{١}{٣})$  (د)  $(١, ٠)$

٢ في الشكل المقابل :

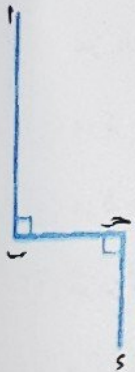
مركز ثقل نظام مؤلف من كتلتين ٦ ، ٩ كجم بينهما مسافة ١٠ أمتار ،  
يبعد عن الكتلة الأولى مسافة ..... أمتار .



- (أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦

٣ في الشكل المقابل :

٢ حـ سلك رفيع منتظم الكثافة طوله ٢٢ سم فيه :  $٢ = ٢ = ٢ = ٢ = ٢$  سم فيه ١٦ سم  
فإن بُعد مركز ثقل السلك عن كل من : حـ ، بـ على الترتيب هو .....



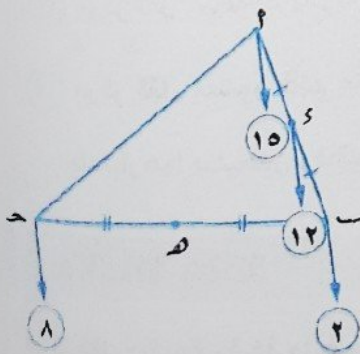
- (أ)  $(٢, ٢)$  (ب)  $(٤, ٤)$  (ج)  $(٥, ٢)$  (د)  $(٨, ٤)$

٤ بُعد مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ١٢ سم عن أحد رؤوس المثلث يساوي ..... سم .

- (أ)  $٢\sqrt{٣}$  (ب)  $٤\sqrt{٣}$  (ج) ٦ (د)  $٦\sqrt{٣}$

٥ في الشكل المقابل :

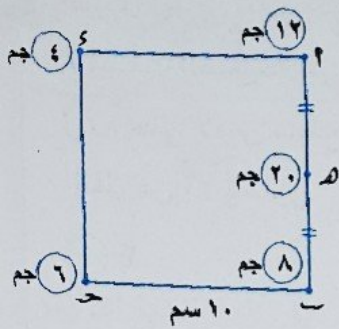
صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مثلث  $٢ = ٢ = ٢$  حـ وزنها ١٥ ث. جرام  
، وضعت الأثقال ١٥ ، ٨ ، ٢ ، ١٢ ثقل جرام كما هو موضح بالشكل  
، فإذا كان م هو مركز ثقل المجموعة فإن .....



- (أ) م منتصف  $\overline{٢٣}$   
(ب) م منتصف  $\overline{١٢}$   
(ج) م نقطة تلاقي متوسطات  $\Delta ٢٣١$   
(د) م منتصف المتوسط  $\overline{١٢}$



## في الشكل المقابل :



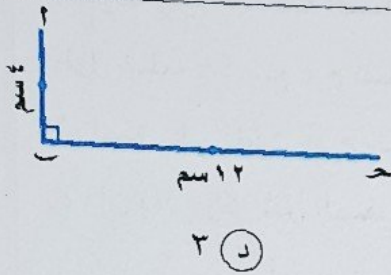
٢ ب ح د مربع طول ضلعه ١٠ سم ، ثبتت الكتل ١٢ ، ٨ ، ٦ ، ٤ جم عند رؤوسه أ ، ب ، ح ، د على الترتيب كما ثبتت كتلة ٢٠ جم عند منتصف  $\overline{أ ب}$  ، فإن مركز ثقل المجموعة بالنسبة لنقطة ح هو .....

(ب) (٨ ، ٢ ، ٧)

(أ) (٨ ، ٢ ، ٦)

(د) (٨ ، ٢ ، ٥)

(ج) (٥ ، ٢ ، ٨)

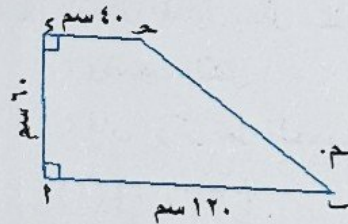


الشكل المقابل يمثل سلكاً منتظماً الكثافة والسُمك بحيث :  $أ ب = ٤$  سم ،  $ب ح = ١٢$  سم ، زاوية  $ب$  قائمة ، إذا علّق السلك تعليقاً حُرّاً من ب ، فما ظل الزاوية بين  $ب ح$  والرأسي في حالة الاتزان ؟

(د) ٢

(ج)  $\frac{1}{2}$ (ب)  $\frac{1}{3}$ (أ)  $\frac{1}{9}$ 

## في الشكل المقابل :



صفحة رقيقة منتظمة السُمك والكثافة على شكل شبه منحرف  $أ ب ح د$  فيه :  $أ ب = ١٢٠$  سم ،  $ب ح = ٤٠$  سم ،  $ح د = ٦٠$  سم ،  $أ د = ٩٠^\circ$  ، فإن بُعد مركز ثقل الصفحة عن  $\overline{أ ب}$  = ..... سم

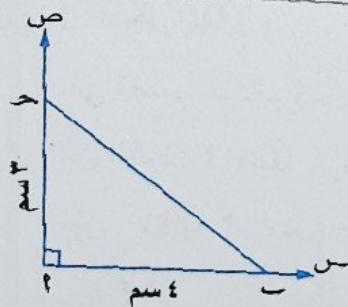
(د) ٣٥

(ج) ٢٥

(ب) ١٥

(أ) ١٠

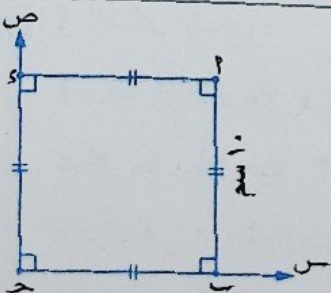
## في الشكل المقابل :



مركز ثقل ثلاث كتل متساوية قيمة كل منها ٤ كجم موضوعة عند رؤوس مثلث قائم الزاوية طولاً ضلعاً القائمة فيه ٢ سم ، ٤ سم هو .....

(ب)  $(\frac{2}{3}, 1)$ (أ)  $(1, \frac{4}{3})$ (د)  $(1, \frac{2}{3})$ (ج)  $(1, \frac{4}{3})$ 

## في الشكل المقابل :



(د) (٦ ، ٥)

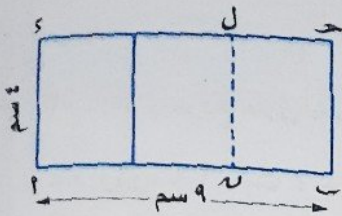
(ج) (٥ ، ٦)

(ب) (٧ ، ٤)

(أ) (٤ ، ٧)

الكتلة	٢٠ جم	٢٠ جم	١٠ جم	٤٠ جم
الموضع	عند أ	عند ب	عند ح	عند د





الشكل المقابل يبين صفيحة مستطيلة رقيقة ومنتظمة بُعدها ٩ سم ، ٤ سم ، قسمت الصفيحة إلى ثلاثة مستطيلات متطابقة ، فإذا ثنيت الصفيحة عند  $\overleftrightarrow{ل ر}$  حتى لامس سطح المنطقة  $\overleftrightarrow{ب ح ل ر}$  باقى الصفيحة ، فإن بُعد مركز الثقل عن  $\overleftrightarrow{س ر}$  يساوى ..... سم .

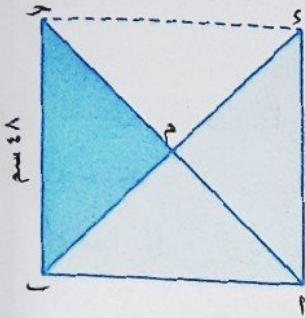
(د) ٤, ٢

(ج) ٤

(ب) ٣, ٥

(أ) ٣

## ١٢ في الشكل المقابل :



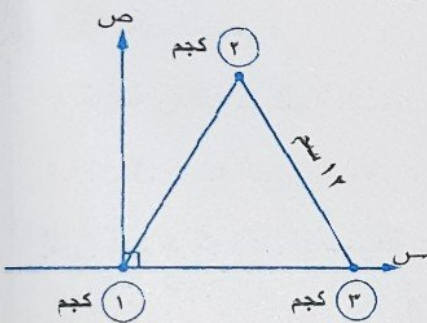
صفيحة رقيقة منتظمة السُمك والكثافة على شكل مربع  $\overleftrightarrow{أ ب ح د}$  طول ضلعه ٤٨ سم ،  $م$  نقطة تقاطع قطريه . قُطع المثلث  $\overleftrightarrow{د م س}$  ثم لصق على المثلث  $\overleftrightarrow{ح م ب}$  بحيث انطبق  $\overleftrightarrow{د م س}$  على  $\overleftrightarrow{ح م ب}$  ، فإن بُعد مركز ثقل الصفيحة عن  $\overleftrightarrow{أ ب}$  = ..... سم .

(د) ٢٥

(ج) ٢٠

(ب) ١٥

(أ) ١٠



الشكل المقابل يمثل مثلثاً متساوي الأضلاع طول ضلعه ١٢ سم ، وضعت الكتل ١ ، ٢ ، ٣ كجم عند رؤوسه ، فإن مركز ثقل المجموعة هو ..... .

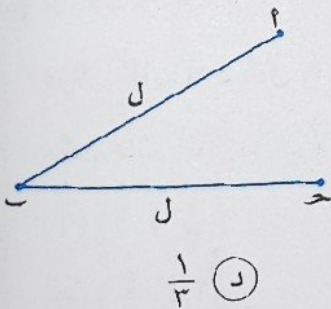
(ب) (٤, ٣√٢)

(أ) (٣√٢, ٤)

(د) (٤, ٣√٢٢)

(ج) (٣√٢٢, ٨)

## ١٤ في الشكل المقابل :



ثنى قضيب منتظم  $\overleftrightarrow{أ ح}$  طوله ٢ ل من نقطة منتصفه  $\overleftrightarrow{ب}$  ثم عُلق من الطرف  $\overleftrightarrow{أ}$  تعليقاً خراً ، فإذا كان  $\overleftrightarrow{ب ح}$  أفقياً في وضع الاتزان . فإن :  $م(أ ب ح) = \dots\dots\dots$

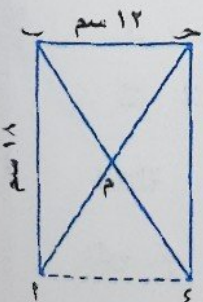
(د) ١/٣

(ج) ١/٢

(ب) ٣√٢/٢

(أ) ٣√٢/٢

## ١٥ في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{أ ب ح د}$  صفيحة رقيقة مستوية منتظمة السُمك والكثافة على شكل مستطيل فيه :  $\overleftrightarrow{أ ب} = ١٨$  سم ،  $\overleftrightarrow{ب ح} = ١٢$  سم ، تقاطع قطراه في  $م$  ، ثم فصل الجزء  $\overleftrightarrow{د م س}$  ، فإن بُعد مركز ثقل الجزء المتبقى من الصفيحة عن  $\overleftrightarrow{أ ب}$  = ..... سم .

(د) ١٠

(ج) ١١

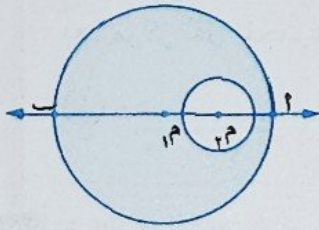
(ب) ٨

(أ) ٦

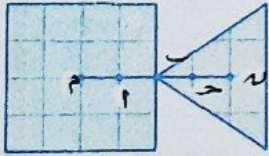


١٦. لـ<sub>١</sub> ، لـ<sub>٢</sub> كتلتين تؤثران في ٢ ، ب على الترتيب حيث  $١٢ = ب$  سم ، مركز ثقل الكتلتين يقع على بعد ٤ سم من ب فإن مركز ثقل الكتلتين ٢ لـ<sub>١</sub> ، لـ<sub>٢</sub> عند ٢ ، ب على الترتيب يقع على بعد ..... سم من ب
- (١) ٢ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٨

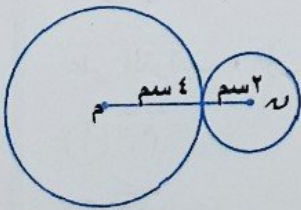
١٧. صفيحة رقيقة منتظمة كتلتها ٤ لـ ومركز ثقلها يقع عند النقطة (٢ ، ٥) فصل منها قطعة كتلتها لـ ومركز ثقلها يقع عند النقطة (٢ ، ٢) فإن مركز ثقل الجزء الباقي يقع عند النقطة .....
- (١) (٧ ، ٢) (ب) (٦ ، ٢) (ج) (٢ ، ٢) (د) (١ ، ٢)



١٨. الشكل المقابل يمثل صفيحة رقيقة منتظمة السمك والكثافة مركز ثقلها ٢ م ويقع على ٢ ب فصل منها جزء مركز ثقله ٣ م ويقع أيضاً على ٢ ب فإن مركز ثقل الجزء المتبقى يقع على .....
- (١) نقطة لا تنتمي إلى ٢ ب (ب) ٢ م (ج) ٢ م (د) ٢ م

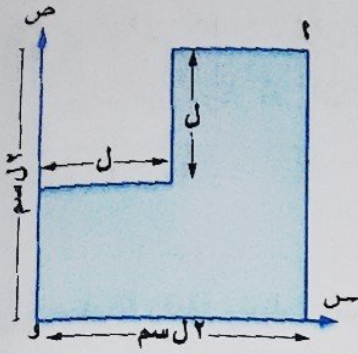


١٩. في الشكل المقابل : صفيحتان مصنوعتان من نفس المادة ولهما نفس السمك والكثافة إحداهما على شكل مثلث والأخرى على شكل مربع (وحدات الطول والمساحة متطابقة) فإن مركز ثقل المجموعة يقع .....
- (١) عند ٢ (ب) عند ب (ج) بين ٢ ، ب وأقرب إلى ٢ (د) بين ٢ ، ب وأقرب إلى ب



٢٠. في الشكل المقابل : قرصان دائريان منتظما السمك والكثافة متصلين معاً وفي مستوى واحد فإذا كانت كتلة وحدة المساحات للقرص ٢ ضعف كتلة وحدة المساحات للقرص م فإن مركز ثقل المجموعة يبعد عن مركز الدائرة م بمقدار ..... سم
- (١) ٤ (ب) ٣ (ج) ٢ (د)  $\frac{5}{2}$





٢١ في الشكل المقابل :

صفیحة رقیقة منتظمة السُمك والكثافة

فإن مركز ثقلها .....

Ⓐ (L, L)

Ⓐ (L, L)

Ⓑ (L, 2/3 L)

Ⓑ (L, 5/6 L)



٢٢ في الشكل المقابل :

ساق من المعدن منتظم طوله ١ متر ووزنه ١ ث. كجم ومتصل بكرة حديدية

منتظمة وزنها 1/3 ث. كجم عند الطرف ١ حيث كان طول قطرها ٢٠ سم فإن

بعد مركز ثقل المجموعة عن ١ يساوي ..... سم.

Ⓐ ٧٠

Ⓑ ٦٥

Ⓒ ٦٠

Ⓓ ٥٠

٢٣ في الشكل المقابل :

مركز ثقل صفیحة رقیقة منتظمة على شكل مثلث رؤوسه :

١ (٢, ١) ، ٢ (٠, ١) ، ٣ (١, ٣) هو النقطة .....

Ⓐ (٣, ٣)

Ⓑ (٢, ٢)

Ⓒ (٠, ٠)

Ⓓ (١, ١)

٢٤ ثلاث كتل ٣ كجم ، ٢ كجم ، ١ كجم وضعت عند النقاط (٤, ٦) ، (٥, ٣, ٥) ، (٢, ١) على الترتيب

فكان مركز ثقل المجموعة عند النقطة (٣, ٢) فإن : ص = .....

Ⓐ ٣, ٢ -

Ⓑ ٣, ٤

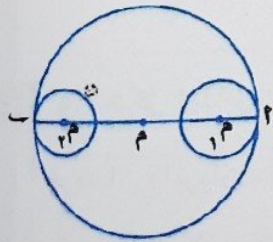
Ⓒ ٣, ٢

Ⓓ ٣

٢٥ الشكل المقابل يبين قرص دائري منتظم الكثافة مركزه م ، ثقب ثقبان

دائريان مركزاهما م١ ، م٢ وطولاهما نصف قطريهما ٣ سم ، ٢ سم

على الترتيب ، فإن مركز ثقل الجزء المتبقى من الشكل يقع على .....



Ⓐ م١ م٢

Ⓐ م١ م٢

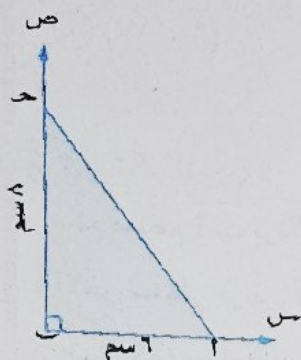
Ⓑ م١ م٢

Ⓑ م١ م٢



# اختبار تراكمي من الوحدة الأولى حتى الوحدة السادسة

١ مركز ثقل الصفيحة المظللة المنتظمة الكثافة في الشكل المقابل هو .....



أ)  $(\frac{8}{3}, 2)$

ب)  $(2, \frac{8}{3})$

ج)  $(8, 6)$

د)  $(6, 8)$

٢ الشكل المقابل يمثل قضيباً في حالة اتزان فإن :  $W = \dots$



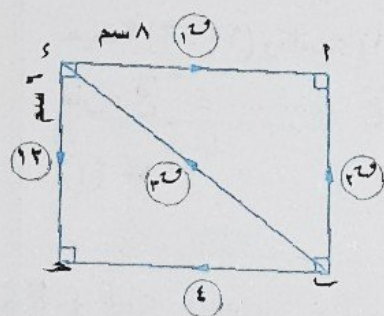
أ) 28 نيوتن.

ب) 16 نيوتن.

ج) 2 نيوتن.

د) 4 نيوتن.

٣ في الشكل المقابل :



إذا كانت مقادير القوى بالنيوتن والمجموعة متزنة

فإن :  $W = \dots$  نيوتن.

أ) 16

ب) 5

ج) 2

د) 8

٤ إذا كانت القوة  $\vec{W} = 4\vec{s} + \vec{v} - 6\vec{e}$  تؤثر في نقطة  $P(1, 2, 3)$  وكانت مركبة عزم  $\vec{W}$  حول

محور الصادات تساوي 7 وحدة عزم

فإن :  $\vec{W} = \dots$

أ) 1-

ب) 2-

ج) 3

د) 1-

أ) 2

ب) 2-

ج) 3

د) 1-

٥ في الشكل المقابل :



جسم وزنه 6 نيوتن وضع على مستوى مائل خشن فكان على وشك الانزلاق فإذا كانت قوة الاحتكاك النهائي  $3\sqrt{3}$  نيوتن فإن قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى يساوي .....

أ) 30

ب) 60

ج) 45

د) صفر



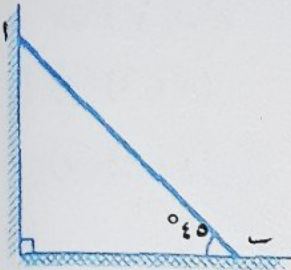
إذا أثرت الكتلة ه كجم في النقطة (٢، ١)، الكتلة ٧ كجم في النقطة (١، ٢) فإن مركز ثقل الكتلتين يؤثر في النقطة .....

(د)  $(\frac{1}{4}, \frac{19}{14})$

(ج)  $(13, 19)$

(ب)  $(\frac{2}{4}, \frac{17}{14})$

(أ)  $(9, 17)$



في الشكل المقابل :

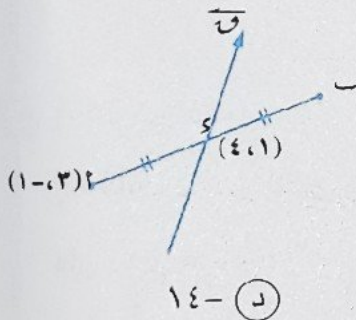
سلم منتظم  $\overline{AB}$  يرتكز بأحد طرفيه  $A$  على حائط رأسي أملس وبطرفه الآخر  $B$  على أرض أفقية خشنة ، فإذا كان السلم على وشك الحركة عندما كان يميل بزاوية قياسها  $45^\circ$  على الأفقى فإن معامل الاحتكاك السكوني يساوى .....

(د)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(ج) ١

(ب)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(أ)  $\frac{1}{2}$



في الشكل المقابل :

إذا كان خط عمل  $\overline{ص} = \overline{س} + \overline{ع}$  ينصف  $\overline{AB}$  حيث  $A(3, 1)$  وكانت  $B(4, 1)$  منتصف  $\overline{AB}$  فإن :  $\overline{ع} = \dots\dots\dots$

(د) ١٤-

(ج) ٣

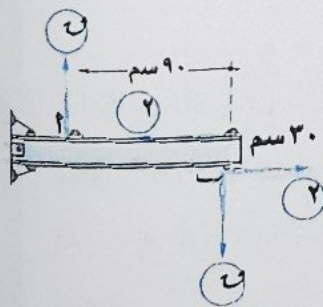
(ب) ٧

(أ) ٧-

في الشكل المقابل :

إذا كان عزم الازدواج المحصل = - ١,٥ نيوتن.متر

فإن :  $\overline{ع} = \dots\dots\dots$  نيوتن.



(ب)  $\frac{2}{7}$

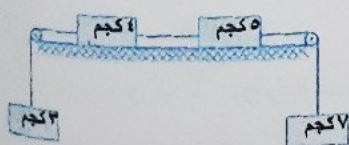
(أ) ١

(د)  $\frac{7}{3}$

(ج)  $\frac{12}{3.0}$

في الشكل المقابل :

إذا كانت الكتلتان ه كجم ، ٤ كجم من نفس المادة والمستوى خشن ، والمجموعة على وشك الحركة فإن معامل الاحتكاك السكوني = .....



(د)  $\frac{2}{4}$

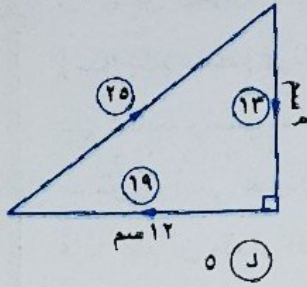
(ج)  $\frac{5}{7}$

(ب)  $\frac{4}{9}$

(أ)  $\frac{7}{9}$



١١ في الشكل المقابل :



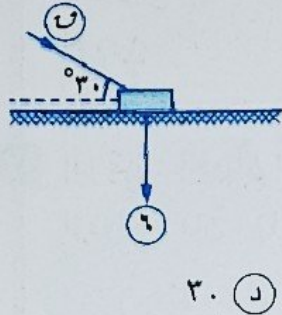
إذا كانت مقادير القوى مقاسة بالنيوتن فإن مقدار القوة (١) التى يجب إضافتها إلى كل قوة من القوى المعطاة حتى تجعل المجموعة تكافئ ازدواج يساوى ..... نيوتن.

(ج) ٤

(ب) ٣

(أ) ٢

١٢ في الشكل المقابل :



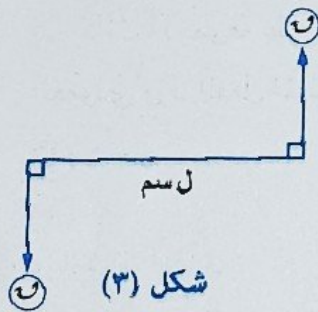
جسم وزنه ٦ نيوتن ، موضوع على مستوى أفقى خشن ، وأثرت على الجسم قوة ١٠ مقدارها ٦ نيوتن ، وتعمل فى اتجاه يميل على الأفقى لأسفل بزاوية قياسها ٣٠° فأصبح الجسم على وشك الحركة. فإن قياس الزاوية بين رد الفعل المحصل  $\vec{R}$  والقوة  $\vec{F}$  يساوى .....

(ج) ٦٠

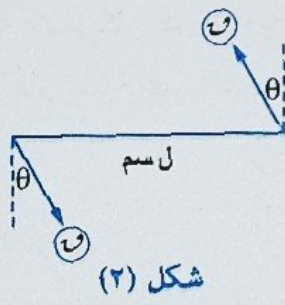
(ب) ١٢٠

(أ) ١٥٠

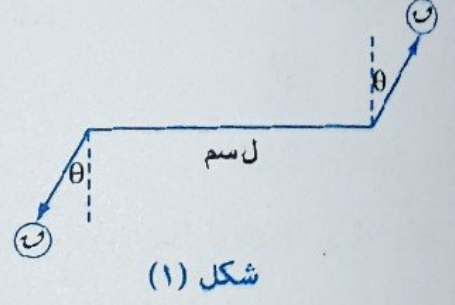
١٣ أى الازدواجات الآتية تكون متكافئة ؟



شكل (٣)



شكل (٢)



شكل (١)

(أ) الشكلان (١) ، (٢) (ب) الشكلان (٢) ، (٣) (ج) الشكلان (١) ، (٣) (د) جميع الأشكال.

١٤ تؤثر  $\vec{F}_1 = 3\vec{S} + 2\vec{V}$  عند نقطة ما وكان متجه عزم  $\vec{M}$  حول نقطة الأصل هو  $10\vec{G}$  فإن نقطة

تقاطع خط عمل  $\vec{F}_1$  مع محور  $\vec{S}$  هى .....

(أ)  $(0, -10)$

(ب)  $(0, 10)$

(ج)  $(10, 0)$

(د)  $(10, -10)$

١٥ في الشكل المقابل :



أ ب قضيب غير منتظم طوله ٣٠ سم ، يرتكز فى وضع أفقى على حاملين عند ح ، و حيث :

أ ح = ح و = ح ب ، وجد أنه إذا عُلق من أ ثقل قدره ٦ ث.كجم فإن القضيب يصبح على وشك الدوران حول ح ، وإذا عُلق من ب ثقل قدره ٩ ث.كجم لأصبح القضيب على وشك الدوران حول و ، فإن بُعد نقطة تأثير وزن القضيب عن أ = ..... سم

(أ) ١٠

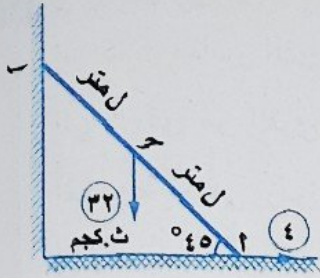
(ب) ١٢

(ج) ١٤

(د) ١٦



في الشكل المقابل :



أ- سلم منتظم وزنه ٣٢ كجم وطوله ٢ ل متراً يستند بأحد طرفيه على حائط رأسي أملس وبطرفه الآخر على أرض أفقية خشنة بحيث يقع في مستوى رأسي عمودي على الحائط ويميل على الأفقي بزاوية قياسها  $45^\circ$  ، فإذا علم أن مقدار أقل قوة أفقية تؤثر عند طرف السلم الملامس للأرض تجعله على وشك الحركة بعيداً عن الحائط يساوي ٤ ث.كجم. فإن معامل الاحتكاك السكوني بين السلم والأرض = .....

د)  $\frac{5}{8}$

ج)  $\frac{1}{4}$

ب)  $\frac{2}{8}$

أ)  $\frac{1}{4}$

إذا كانت القوتان  $\vec{P} = 6\vec{s} - \vec{v} + 9\vec{e}$  ،  $\vec{Q} = 2\vec{s} - \vec{v} - 4\vec{e} + 3\vec{h}$  يكونان ازدواج فإن : (أ ، ب ، ج ، د) = .....

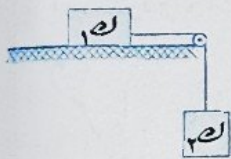
د)  $(3, 4, 3-)$

ج)  $(3-, 4-, 3-)$

ب)  $(3, 4, 3)$

أ)  $(3-, 4-, 3-)$

في الشكل المقابل :



إذا كانت المجموعة على وشك الحركة عندما كان ظل الزاوية بين رد الفعل العمودي ورد الفعل المحصل  $0.2$  ، فإن نسبة  $\vec{e}_1$  :  $\vec{e}_2$  = .....

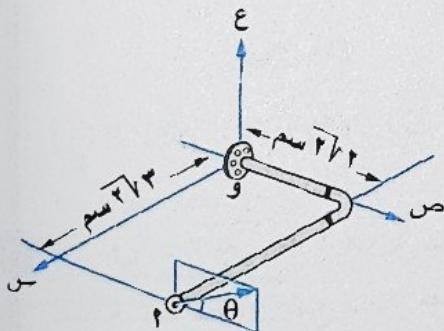
د)  $1 : 5$

ج)  $2 : 3$

ب)  $3 : 2$

أ)  $5 : 1$

في الشكل المقابل :



تؤثر القوة  $\vec{W}$  التي مقدارها ٨٠ نيوتن في نقطة أ من القضيب حيث  $\vec{W}$  تميل على المستوى  $\vec{s}$  بزاوية  $\theta$  قياسها  $45^\circ$  ، والقوة موازية للمستوى  $\vec{v}$  ع. فإن عزم القوة  $\vec{W}$  حول نقطة و = .....

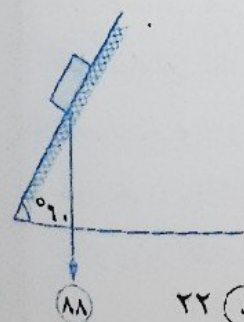
ب)  $80\sqrt{2}\vec{s} + 120\sqrt{2}\vec{v} + 120\sqrt{2}\vec{e}$

أ)  $80\sqrt{2}\vec{s} - 120\sqrt{2}\vec{v} - 120\sqrt{2}\vec{e}$

د)  $240\sqrt{2}\vec{s} - 160\sqrt{2}\vec{v} - 240\sqrt{2}\vec{e}$

ج)  $160\sqrt{2}\vec{s} - 240\sqrt{2}\vec{v} + 240\sqrt{2}\vec{e}$

في الشكل المقابل :



جسم وزنه ٨٨ نيوتن موضوع على مستوى مائل خشن ، يميل على الأفقي بزاوية قياسها  $60^\circ$  . فإذا كان الجسم على وشك الانزلاق فإن مقدار الاحتكاك السكوني النهائي = .....

د) ٢٢

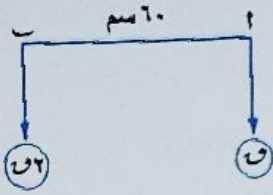
ج) ٤٤

ب)  $3\sqrt{2}$  ٤٤

أ)  $3\sqrt{2}$  ٢٢



في الشكل المقابل :



قوتان متوازيتان وفى اتجاه واحد مقدارهما ٢٠ و ١٠ نيوتن تؤثران فى ١ ، ٢ على الترتيب حيث  $AB = 60$  سم ونقطة تأثير المحصلة  $\Rightarrow A$  فإذا بدلت القوتان مكانيهما فإن نقطة تأثير المحصلة تتحرك مسافة = ..... سم.

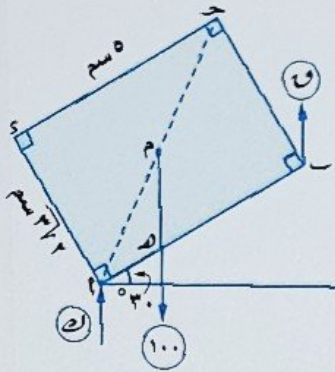
٤٠ (د)

٣٠ (ج)

٢٠ (ب)

١٠ (أ)

في الشكل المقابل :



إذا كانت الصفيحة  $AB$  حرة متزنة تحت تأثير القوى الموضحة بالشكل فإن :  $AC =$  ..... سم

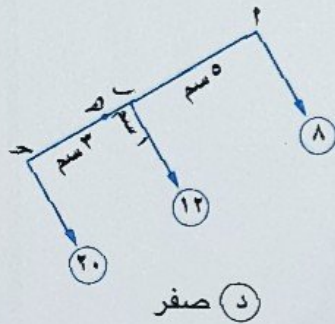
٥٠ (ب)

٤٠ (أ)

٧٠ (د)

٦٠ (ج)

في الشكل المقابل :



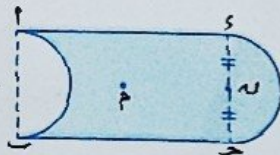
تؤثر القوى المستوية المتوازية التى مقاديرها ٨ ، ١٢ ، ٢٠ نيوتن عند النقط ١ ، ٢ ، ٣ على الترتيب ، فإن القياس الجبرى لمجموع عزوم هذه القوى حول نقطة  $M$  يساوى ..... نيوتن. سم

٤٠ (ج)

٦٠- (ب)

٦٠ (أ)

في الشكل المقابل :



صفيحة منتظمة السمك والكثافة على شكل مستطيل  $AB$  فيه  $AB = 2$  سم ،  $BC = \pi$  سم مقطوع منه نصف دائرة قطرها  $AB$  ومضاف نصف دائرة قطرها  $BC$  (كما بالشكل) إذا كانت  $M$  نقطة تلاقى قطري المستطيل ،  $N$  منتصف  $BC$  فإن مركز ثقل الصفيحة  $Q \Rightarrow M$  حيث ..... سم

٨ = ٥ م (د)

١ = ١ م (ج)

٢ = ٢ م (ب)

١ = ١ م (أ)



في الشكل المقابل :

أ- حـ مربع ، أثرت القوى المستوية المتوازية التي مقاديرها ٨ ، ٨ ، ٥ نيوتن في النقاط هـ ، و ، ن على الترتيب حيث ن منتصف حـ ، أ هـ = ب و

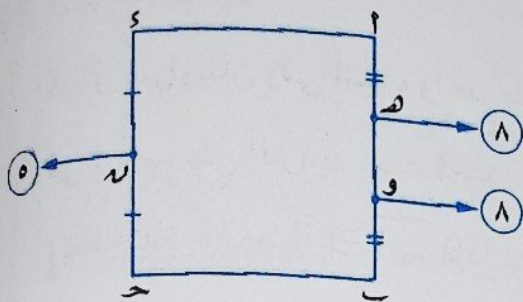
، فإن القياس الجبري لمجموع عزوم القوى حول نقطة تقاطع القطرين = ..... نيوتن. سم

(ب) صفر

(أ) ٥

(ج) ٨

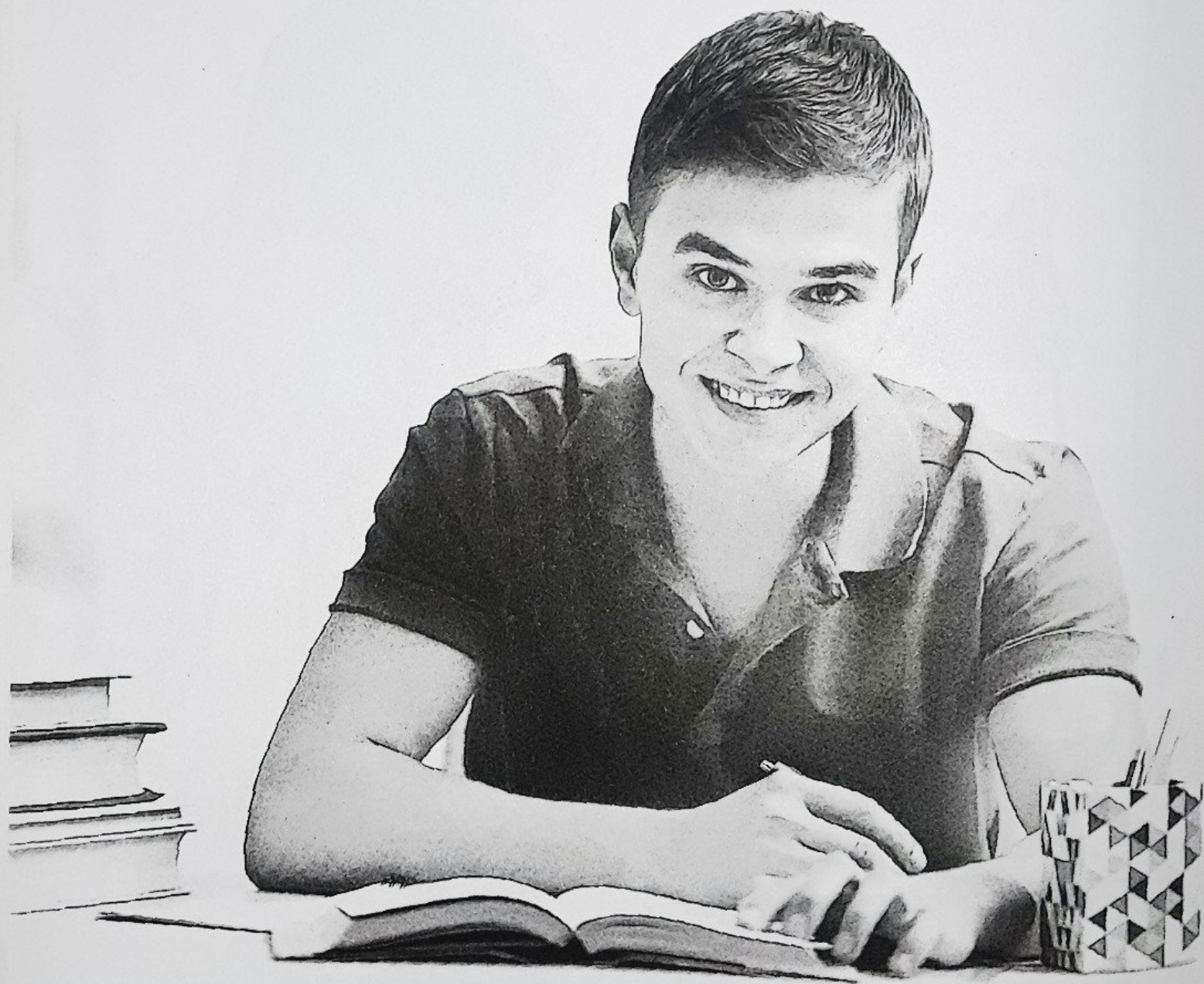
(د) ١٦





ثانيًا

الامتحانات النهائية





# اختبارات الكتاب المدرسى فى الاستاتيكا





## الاختبار الأول

أجب عن السؤال الآتي

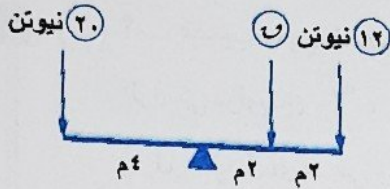
أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) إذا كانت  $\theta$  هي قياس الزاوية بين قوة الاحتكاك النهائي ورد الفعل المحصل فإن معامل الاحتكاك السكوني يساوي .....

- (أ)  $\tan \theta$  (ب)  $\cot \theta$  (ج)  $\tan \theta$  (د)  $\cot \theta$

٢) الشكل المقابل يمثل قضيباً في حالة اتزان



فإن :  $W = \dots$

- (أ) 28 نيوتن. (ب) 16 نيوتن. (ج) 2 نيوتن. (د) 4 نيوتن.

٣) قوة  $\vec{F} = 3\vec{s} - 5\vec{v}$  تؤثر في النقطة  $P(-1, 1)$

فإن عزم القوة  $\vec{F}$  بالنسبة لنقطة الأصل يساوي .....

- (أ)  $-2\vec{e}$  (ب)  $2\vec{e}$  (ج)  $8\vec{e}$  (د)  $-8\vec{e}$

٤) قوتان تكونان ازدواجاً ، مقدار أحدهما 10 نيوتن وعزم الازدواج المحصل منهما 40 نيوتن. سم فإن

البعد العمودي بينهما يساوي .....

- (أ) 670 سم. (ب) 60 سم. (ج) 3 سم. (د) 30 سم.

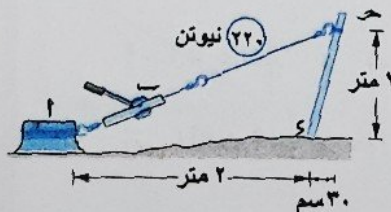
٥) إذا اتزنت مجموعة من القوى المستوية فإن مجموع عزومها حول أي نقطة في المستوى يساوي .....

- (أ) ثابت غير صفري. (ب) صفر. (ج) محصلة هذه القوى. (د) الواحد الصحيح.

٦) مركز ثقل جسمين ماديين كتلة كل منهما 3 كجم ، 6 كجم والمسافة بينهما 10 سم يبعد عن الجسم

3 كجم مسافة .....

- (أ) 0 (ب) 10 (ج) 7.5 (د) 9



« 170, 44 نيوتن. متر »

أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتي

ثانياً

١) الشكل المقابل يوضح شداد  $\vec{F}$  يؤثر على

عمود مائل  $CD$

أوجد معيار عزم قوة الشد بالنسبة للنقطة  $D$



(ب) وضع جسم وزنه (و) على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها (هـ) فإذا كان قياس زاوية الاحتكاك هو (ل) فأوجد مقدار واتجاه أقل قوة تجعل الجسم على وشك الحركة إلى أعلى. « $و$  ما (هـ + ل)»

(١) قوتان متوازيتان وفي نفس الاتجاه مقدارهما ١٠ ، ١٥ نيوتن تؤثران في نقطتين أ ، ب حيث :

« $٢٥$  نيوتن ، تبعد  $٤٥$  سم عن أ»

أ = ب =  $٧٥$  سم أوجد محصلة القوتين.

(ب) أ ب ح مثلث متساوي الساقين فيه : أ = ب = ح =  $١٢$  ، ب ح =  $١٠$  سم أثرت قوى مقاديرها

$٦٥$  ،  $٧٥$  ،  $٦٥$  نيوتن في أ ، ب ، ح على الترتيب فإذا كانت مجموعة القوى تكافئ ازدواجاً

فما قيمة  $و$  ومعيار عزم الازدواج ؟

« $٥٠$  نيوتن ،  $٦٠٠$  نيوتن. سم»

(١) أ ب قضيب رفيع خفيف طوله ٢ ل معلق في مستوى رأسى من طرفيه أ ، ب بخطين يميلان على

الرأسى بزاويتين  $٣٠^\circ$  ،  $٦٠^\circ$  على الترتيب. عُلّق في القضيب الثقلان ٢ ، ٨ نيوتن على بُعد من أ يساوى

$\frac{١}{٥}$  ل ،  $\frac{٦}{٥}$  ل أوجد في وضع التوازن مقدار الشد في الخيطين وقياس زاوية ميل القضيب على الأفقى.

« $٣٧٥$  ،  $٥$  نيوتن ،  $٢٠^\circ$ »

(ب) أ ب ح مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ١٠ سم أثرت الأوزان ٢ ، ٦ ، ٩ نيوتن في رؤوسه

أ ، ب ، ح على الترتيب عيّن موضع مركز ثقل المجموعة بالنسبة للنقطة ح

« $(\frac{١}{٦} ، \frac{\sqrt{٣}}{٦})$  باعتبار ح ب والعمودى عليه من ح محورى إحداثيات موجبين»

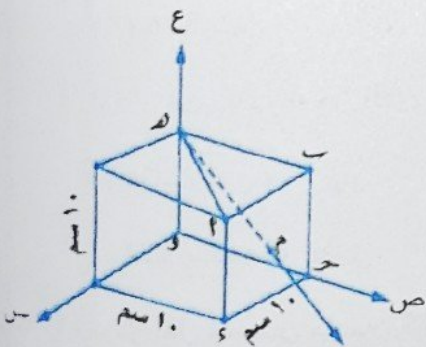
(١) في الشكل المقابل :

قوة  $\sqrt{٢٥٠}$  نيوتن تؤثر في هـ م

أوجد مركبات عزم القوة بالنسبة

لمحاور الإحداثيات حيث م المركز الهندسى

للوجه أ ب ح د



« $٥٠٠$  ،  $٢٥٠$  ،  $١٠٠$ »

(ب) صفيحة رقيقة منتظمة الكثافة على شكل مستطيل أ ب ح د فيه :

أ = ب =  $٥$  سم ، ب ح =  $١٢$  سم ، هـ م بحيث : أ م =  $٥$  سم.

ثنى المثلث أ ب ح حول الضلع ب ح حتى يقع أ ب على ب ح تماماً. عيّن موضع

مركز ثقل الصفيحة بعد ثنيها بالنسبة إلى ح ب ، ح د

« $\frac{١٥٥}{٧٢}$  سم ،  $\frac{٤٠٧}{٧٢}$  سم»



## الاختبار الثاني

أجب عن السؤال الآتي

أولاً

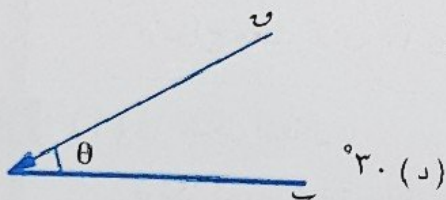
اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) يؤثر على الجسم ازدواجان ، الأول مقدار إحدى قوتييه ٢٠ ث.كجم وذراع العزم  $\frac{1}{4}$  متر واتجاه دورانه في عكس اتجاه دوران عقارب الساعة والثاني مقدار إحدى قوتييه ٣٠ ث.كجم وذراع العزم ١ متر واتجاه دورانه في اتجاه دوران عقارب الساعة فإن الازدواج المحصل يساوي .....

- ( أ ) ٢٠ ث.كجم.م واتجاه دورانه في اتجاه دوران عقارب الساعة.  
 ( ب ) ٢٠ ث.كجم.م واتجاه دورانه في عكس اتجاه دوران عقارب الساعة.  
 ( ج ) ٤٠ ث.كجم.م واتجاه دورانه في اتجاه دوران عقارب الساعة.  
 ( د ) ٤٠ ث.كجم.م واتجاه دورانه في اتجاه عكس دوران عقارب الساعة.

٢) زاوية الاحتكاك هي .....

- ( أ ) الزاوية المحصورة بين رد الفعل العمودي ورد الفعل المحصل.  
 ( ب ) النسبة بين قوة الاحتكاك النهائي ورد الفعل العمودي.  
 ( ج ) النسبة بين معامل الاحتكاك السكوني ومعامل الاحتكاك الحركي.  
 ( د ) الزاوية المحصورة بين قوة الاحتكاك النهائي ورد الفعل المحصل.



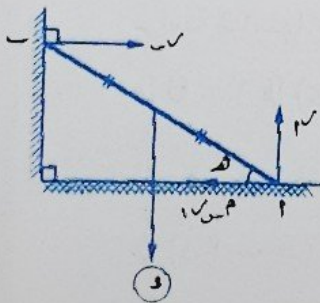
٣) الشكل المقابل يوضح تأثير قوة مقدارها  $v$  على طرف قضيب فإن قياس الزاوية  $\theta$  التي تولد أكبر عزم حول نقطة ب هو .....

- ( أ )  $0^\circ$  ( ب )  $90^\circ$  ( ج )  $45^\circ$  ( د )  $30^\circ$

٤) قوتان متوازيتان ومتضادتان في الاتجاه مقدار أحدهما ٧ نيوتن ومقدار محصلتهما ١٠ نيوتن

فإن مقدار القوة الأخرى يساوي .....

- ( أ ) ٣ نيوتن. ( ب ) ١٧ نيوتن. ( ج ) ٢٧ نيوتن. ( د ) ٦ نيوتن.



٥) في الشكل المقابل :

إذا كانت  $l$  هي زاوية الاحتكاك بين الأرض والقضيب

فإن : طاه. طال = .....

- ( أ ) ٢ ( ب )  $\frac{1}{4}$  ( ج ) ١ ( د ) ٣



٦) تؤثر الكتلة ٥ كجم في النقطة (٢، ١-) وتؤثر الكتلة ٧ كجم في النقطة (١، ٢)

فإن مركز ثقل الكتلتين يؤثر في النقطة .....

(١) (٩، ١٧) (ب)  $(\frac{2}{4}, \frac{17}{12})$  (ج) (١٣، ١٩) (د)  $(\frac{1}{4}, \frac{19}{12})$

ثانياً : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتي :

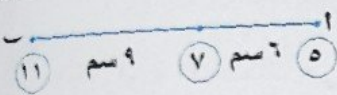
٢ (أ) إذا كانت القوة  $\vec{P} = \vec{S} - \vec{V} + \vec{G}$  تؤثر في نقطة  $P(-1, 2, 1)$  أوجد :

١) عزم القوة  $\vec{P}$  بالنسبة لنقطة الأصل.

٢) طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على خط عمل  $\vec{P}$

٧ سم  $\vec{S} + ٨ \text{ سم } \vec{V} - ٩ \text{ سم } \vec{G}$  وحدة طول.

(ب) برهن أن : إذا وضع جسم على مستوى مائل خشن وكان الجسم على وشك الانزلاق فإن قياس زاوية الاحتكاك يساوي قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى.



على بُعد ٩ سم من ١

٢ (أ) وضعت ثلاثة أجسام أوزانها ٥، ٧، ١١ ث. كجم على قضيب خفيف كما بالشكل ، عيّن نقطة تعليق على القضيب بحيث يظل القضيب أفقياً.

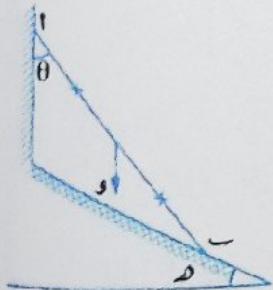
(ب) أ ب ح د مستطيل فيه : أ ب = ٦ سم ، ب ح = ٨ سم ، هـ  $\in$  ب ح

، و  $\in$  أ د بحيث : ب هـ = د و = ٦ سم أثرت قوى مقاديرها ٥، ٥، ٧، ٧، ٧، ٧ ث. كجم

في اتجاهات أ ب ، ح د ، ب ح ، د و ، هـ أ ، و ح ، على الترتيب فإذا كانت المجموعة تكافئ ازدواج معيار عزمه ١٠ ث. كجم. سم في اتجاه ح د أوجد : و

٤٦٠ ٢٧ ٥٠ كجم

٤ (أ) في الشكل المقابل :



ترتكز إحدى نهايتي سلم منتظم وزنه (و) على حائط رأسى أملس وترتكز النهاية الأخرى على أرض خشنة تميل على الأفقى بزاوية قياسها (هـ) لأعلى فإذا كان السلم على وشك الانزلاق وهو في مستوى رأسى عمودى على خط تقاطع الحائط مع الأرض. أثبت أن السلم يميل على الرأسى بزاوية قياسها  $\theta$  حيث :

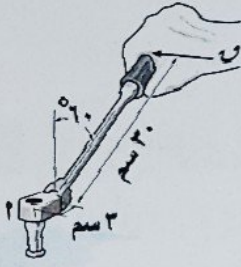
طا  $\theta = ٢$  طا (ى - هـ) حيث : ى زاوية الاحتكاك.

(ب) نثي قضيب منتظم أ ح طوله ١٥ ل من نقطة ب حيث : أ ب = ٥ ل بحيث :

و (د أ ب ح) =  $٩٠^\circ$  وعلق القضيب من الطرف أ تعليقاً حراً

فأثبت أن : ب ح يميل على الأفقى بزاوية  $\theta$  حيث : طا  $\theta = \frac{٤}{٥}$





إذا كان عزم القوة  $\vec{F}$  العمودية على ذراع الدوران بالنسبة لنقطة  $P$  يساوي ٦٢٠ نيوتن. سم.

أوجد :  $\vec{F}$

« ١٩ نيوتن »

(ب) ١- ح مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ٢٠ سم ، م نقطة تقاطع متوسطاته ، و نقطة منتصف  $\overline{BC}$  ، ثبت كتل مقاديرها ١٥ ، ٢٠ ، ٧٥ ، ٤٥ ، ٤٥ في النقط ١ ، ب ، د ، ح ، م على الترتيب. عيّن مركز ثقل هذه المجموعة. وإذا رفعت الكتلة الموجودة عند ب فأين يقع مركز ثقل المجموعة المتبقية ؟

«  $(\frac{3\sqrt{5}}{3}, \frac{10}{3})$  ،  $(\frac{3\sqrt{10}}{7}, \frac{70}{7})$  » باعتبار  $\overline{BC}$  والعمودى عليه من ح محورى إحداثيات موجبين

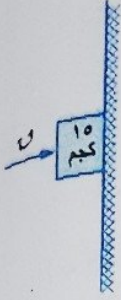


## الاختبار الثالث

أجب عن السؤال الآتي :

أولا

١ أكمل ما يأتي :



١ في الشكل المقابل :

مقدار أقل قوة أفقية  $\vec{F}$  لازمة لانتزان جسم كتلته ١٥ كجم على حائط رأسي خشبي  
معامل الاحتكاك السكوني بينه وبين الجسم يساوي  $\frac{1}{5}$  يساوي ..... ث.كجم.

٢ قوة مقدارها ٧٠ نيوتن تؤثر في  $\vec{A}$  حيث  $\vec{A}$  ح  $\vec{B}$  مربع طول ضلعه ١٠ سم

فإن معيار عزم القوة بالنسبة لمركز المربع يساوي .....

٣ إذا كانت :  $\vec{P} // \vec{Q}$  ،  $\vec{Q} = \vec{S} - \vec{V}$  ،  $\vec{P} // \vec{Q}$  ،  $\vec{Q} = \vec{S} - \vec{V}$  ،  $\vec{Q} = \vec{S} - \vec{V}$  وحدة

فإن :  $\vec{P} = \vec{Q}$  .....

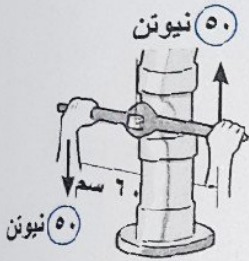
٤ في الشكل المقابل :

عزم الازدواج الناتج من القوتين ٥٠ ، ٥٠ يساوي .....

٥ عندما يوضع قضيب داخل إناء كروي أملس فإنه يتزن عندما

يمر خط عمل الوزن .....

٦ مركز ثقل الصفيحة المنتظمة المثلثة الشكل يقع عند .....



ثانياً اجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتي

٢

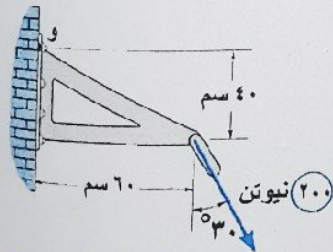
١ (أ) وضع جسم وزنه  $٦٦\frac{2}{3}$  نيوتن على مستوى أفقي خشبي معامل الاحتكاك السكوني بينهما يساوي  $\frac{2}{3}$

أثرت على الجسم قوة مقدارها ٤٠ نيوتن وتميل على الأفقي بزاوية حادة قياسها  $\theta$  فإذا كان الجسم على وشك الحركة فما قيمة  $\theta$  ؟

«٢٦٥٢»

(ب) في الشكل المقابل :

أوجد عزم القوة ٢٠٠ نيوتن بالنسبة لنقطة و



«٢٦٩٢،٣- نيوتن. سم»

٣

١ (أ) قضيب غير منتظم طوله ١ متر يرتكز في وضع أفقي على حاملين عند ح ، د حيث :

ح = ٢٠ سم ، د = ١٠ سم إذا كان أكبر ثقل يمكن تعليقه من نقطة أ أو من نقطة ب دون أن يختل توازن القضيب هو ٥ ، ٤ ث.كجم على الترتيب. أوجد وزن القضيب ونقطة تأثيره.

«٢ ث.كجم ، على بُعد ٧٠ سم من أ»



(ب) ٢ ح د ه و مسدس منتظم طول ضلعه ١٠ سم. أثرت قوى مقاديرها

٢، ٥، ٤، ٦، ١، ٣ نيوتن في ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠ على الترتيب

أوجد مقدار واتجاه القوة التي يجب أن تؤثر في مركز المسدس حتى تؤل المجموعة إلى ازدواج ثم عين عزمه.

«٣٧ نيوتن في اتجاه ٢، - ٣٧٣٥ نيوتن سم»

(١) ١ قضيبي منتظم وزنه (و) ويرتكز بإحدى طرفيه على أرض أفقية ملساء وبطرفه الآخر ب على مستوى

أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها يساوى ضعف قياس زاوية ميل القضيب على الأفقى في وضع الاتزان حفظ توازن القضيب بواسطة خيط مربوط بإحدى طرفيه في طرف القضيب المستند على الأرض الأفقية والطرف الآخر للخيط في نقطة على خط تقاطع المستوى المائل مع المستوى الأفقى أوجد مقدار الشد في الخيط وردى الفعل عند طرفي القضيب عندما يميل القضيب على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠°

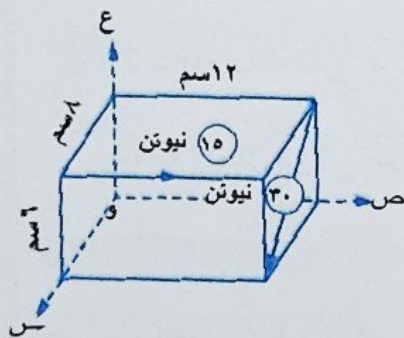
« $\frac{3}{4}$  و  $\frac{2}{3}$  و  $\frac{3}{4}$ »

(ب) صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مربع طول ضلعه ل، إذا كان ه، و، ن منتصفات الأضلاع ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ على الترتيب ثنى المثلث ١ ه و حول الضلع ه و بحيث انطبقت ١ على مركز المربع ي

وثنى المثلث ٢ ه ن على الضلع ه ن بحيث انطبق الرأس ب على مركز المربع ي عين مركز ثقل

الصفيحة في وضعها الجديد بالنسبة لمركز المربع (ي)

« $(-\frac{1}{16} ل، ٠)$  باعتبار ي ه، ي و محوري إحداثيات موجبين»



« $\vec{F} = 16\vec{i} - 144\vec{j} + 3.6\vec{k}$ »

(١) في الشكل المقابل :

أوجد مجموع عزوم القوى بالنسبة للنقطة و

(ب) أوجد مركز ثقل التوزيع الآتي :

١ = ٢٠ نيوتن يؤثر في (١، ٢) ، ٢ = ١٥ نيوتن يؤثر في (-٣، ١)

« $(\frac{1}{6}، \frac{1}{6})$ »

٣ = ٢٥ نيوتن يؤثر في (١، -١)



## الاختبار الرابع

أولاً

نجد عن السؤال الآتي

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ① معامل الاحتكاك يتوقف على .....
- (أ) مساحة سطح التماس بين الجسمين.
- (ب) شكل الجسمين.
- (ج) طبيعة السطحين.
- (د) كل ما سبق.

② الشكل المقابل يمثل قضيباً منتظماً يرتكز على حامل عند منتصفه ، وضع عليه جسم كما بالشكل. أى من القوى الآتية تحدث توازناً للقضيب ؟

- (أ) قوة مقدارها ١٠ نيوتن لأعلى تؤثر على بُعد ٢٠ سم على يمين منتصف القضيب.
- (ب) قوة مقدارها ١٠ نيوتن لأسفل تؤثر على بُعد ٢٠ سم على يمين منتصف القضيب.
- (ج) قوة مقدارها ٣٠ نيوتن لأعلى تؤثر على بُعد ٥ سم على يسار منتصف القضيب.
- (د) قوة مقدارها ٣٠ نيوتن لأسفل تؤثر على بُعد ٥ سم على يسار منتصف القضيب.

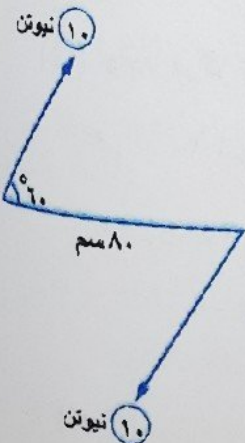
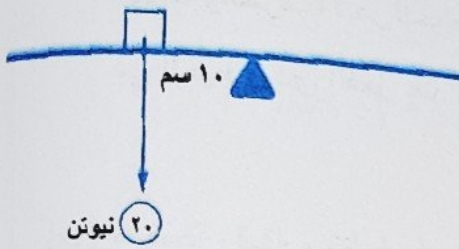
③ أثرت قوة  $\vec{P}$  =  $\vec{P}_S + \vec{P}_V + \vec{P}_E$  في نقطة  $P$  متجه موضعها بالنسبة

لنقطة الأصل هو  $\vec{r} = \vec{r}_S + \vec{r}_V + \vec{r}_E$  فإن مركبة عزم  $\vec{P}$  حول محور  $S$  هي .....

- (أ)  $\vec{P}_S \times \vec{r}_E - \vec{P}_E \times \vec{r}_S$
- (ب)  $-\vec{P}_S \times \vec{r}_E + \vec{P}_E \times \vec{r}_S$
- (ج)  $\vec{P}_S \times \vec{r}_V + \vec{P}_V \times \vec{r}_S$
- (د)  $\vec{P}_S \times \vec{r}_E + \vec{P}_E \times \vec{r}_S$

④ معيار عزم الازدواج المقابل يساوى .....

- (أ) ٨٠٠ نيوتن. سم.
- (ب) ٤٠٠ نيوتن. سم.
- (ج)  $400\sqrt{3}$  نيوتن. سم.
- (د)  $400 - 3\sqrt{3}$  نيوتن. سم.





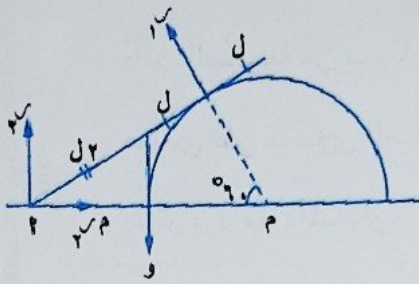
٥) في الشكل المقابل :

إذا كان القضيب على وشك الانزلاق

..... = ۲۷ ، ..... = ۱۷ : فایان

9(i)

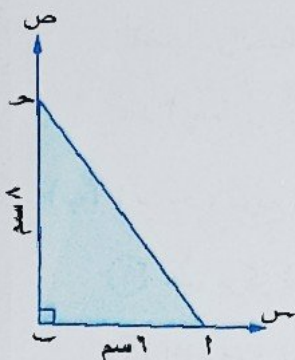
(ب)  $\frac{1}{2}$  و

$$9 \frac{\sqrt{r}}{r} \text{ (ج)}$$
$$9 \frac{\sqrt{3}}{3} (1)$$


١) مركز ثقل الصفيحة المظلمة المنتظمة الكثافة في الشكل المقابل هو .....

$$\left(\frac{\lambda}{r}, r\right) (i)$$
$$\left( 2, \frac{1}{3} \right) (b)$$

(٨، ٦) (ج)

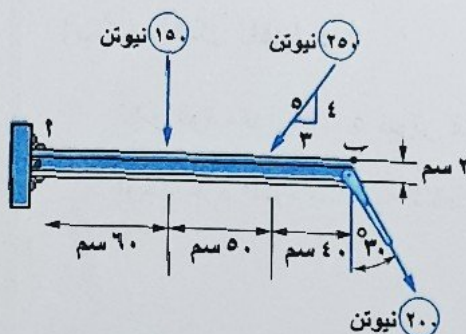
$$(7, \wedge)(J)$$


**ثانياً** اجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتي

(١) وضع جسم وزنه ١٦ ث. كجم على مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  ومعامل الاحتكاك بينه

وبين الجسم يساوى  $\frac{1}{3}$  ، أثرت على الجسم قوة تعمل فى خط أكبر ميل للمستوى ولأعلى مقدارها ١٠ ث. كجم فإذا كان الجسم متزنًا عيَّن قوة الاحتكاك وبينَّ ما إذا كان الجسم على وشك الحركة أم لا ؟

« ٢ ث. كجم ، ليس على وشك الحركة »



(ب) في الشكل المقابل :

ثلاث قوى مستوية تؤثر في قضيب  $AB$  أوجد القياسات الجبرية لمجموع عزوم القوى بالنسبة لكل من النقطتين  $A$  ،  $B$

«-۸، ۵۶۷۸، ۲۱۷۰۰ ث. کج. سم»

(11) قضيب منتظم طوله ٤ متر يرتكز على نقطة ارتكاز عند منتصفه علق ثقلان ٤ ، ٣ ث. كجم

في إحدى نصفيه وعلى بعد ١ ، ١,٥ متر من منتصفه على الترتيب. فإذا اُتزن القضيب فما قيمة : و  
في النصف الآخر وعلى بعد  $\frac{1}{4}$  ، ٢ متر من منتصفه على الترتيب. فإذا اُتزن القضيب فما قيمة : و  
« ٣ ث. كجم »



(ب) ١ ب ح صفيحة منتظمة على شكل مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه  $20\sqrt{3}$  سم ووزنها ٥٠ ث.جم. علقت الصفيحة من مسمار أفقي من ثقب بالقرب من الرأس ١ فارتزنت رأسياً، أثر على الصفيحة ازدواج عمودي على مستوى الصفيحة فارتزنت الصفيحة في وضع يكون فيه : ٢ ب أفقياً. أوجد عزم الازدواج «٧٥٠٠  $\sqrt{3}$  ث.جم. سم ، ٥٠ ث.جم.»

المؤثر ورد فعل المسمار.

(١) ٢ ب قضيب منتظم طرفه ١ مثبت في مفصل في حائط رأسي وطرفه الآخر ب مربوط بأحد طرفي خيط وربط الطرف الآخر للخيط في نقطة في المستوى الأفقي المار بالمفصل بحيث يميل كل من القضيب والخيط على الأفقي بنفس الزاوية  $\theta$  فإذا كان : (و) وزن القضيب بين أن رد فعل المفصل عند ١ يساوي  $\frac{9}{8}\sqrt{3} + 8\sqrt{3}\theta$

(ب) ١ ب ح مربع طول ضلعه ٢٠ سم ، وضعت أربع كتل متساوية في المقدار عند رؤوسه.

١ عيّن مركز ثقل المجموعة.

٢ إذا رفعت الكتلة الموجودة عند أحد رؤوسه فأين يقع مركز ثقل المجموعة المتبقية ؟

«مركز المربع الهندسي ، نقطة تلاقي متوسطات المثلث الواصل بين الكتل الباقية.»

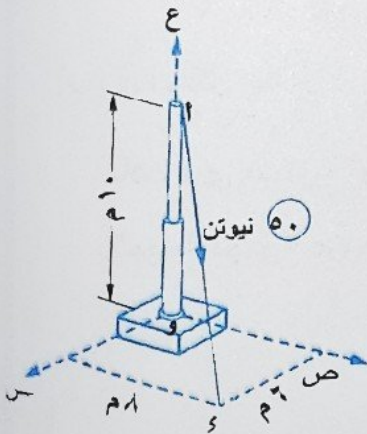
(١) ٢ ب ح صفيحة مثلثة الشكل متساوية الأضلاع ومنتظمة الكثافة كتلتها ٣ كجم ، م مركز ثقلها

وضعت كتل مقاديرها ٢ ، ٢ ، ١١ كجم عند الرؤوس ١ ، ب ، ح على الترتيب برهن أن مركز ثقل المجموعة يقع عند نقطة منتصف م ح

(ب) في الشكل المقابل :

تؤثر قوة مقدارها ٥٠ نيوتن في نقطة ١

أوجد عزم القوة بالنسبة للنقطة و



«٢٠٠٠  $\sqrt{3}$  سم + ١٥٠٠  $\sqrt{3}$  ص»



## الاختبار الخامس

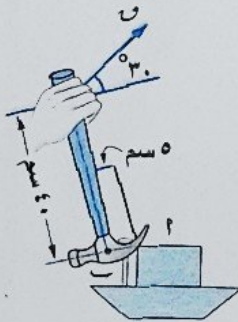
أولاً أجب عن السؤال الآتي

١ أكمل ما يأتي :

- ١ معامل الاحتكاك السكوني هو النسبة بين .....
- ٢ إذا أثرت القوة  $\vec{F} = 2\vec{s} - \vec{v} + 5\vec{e}$  في النقطة ٩ ، متجه موضعها  $\vec{s} - 3\vec{e}$  فإن عزم  $\vec{F}$  بالنسبة للنقطة ٥ التي متجه موضعها  $\vec{v} + 3\vec{e}$  يساوي .....
- ٣ قوتان متوازيتان متحدتا الاتجاه مقدار أحدهما ضعف مقدار الأخرى ومقدار محصلتهما ٣١ نيوتن فإن مقدار أصغرهما يساوي .....
- ٤ إذا كونت القوتان  $\vec{F} = 4\vec{s} + 5\vec{v}$  ،  $\vec{F} = 3\vec{s} - \vec{v}$  ازدواجاً فإن :  $4 + 3 = \dots$
- ٥ الشرط اللازم والكافي لاتزان مجموعة من القوى المستوية هو .....
- ٦ يقع مركز ثقل الجسم الجاسئ المعلق تعليقاً حراً على الخط المستقيم الرأسى المار ب .....

ثانياً أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتي

- ٢ (أ) وضع جسم وزنه ٥٠ نيوتن على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $\theta$  فإذا كان أقل وأكبر قوة موازية لخط أكبر ميل وتجعل الجسم متزاناً على المستوى هما ١٠ ، ٤٠ نيوتن على الترتيب. أوجد معامل الاحتكاك السكوني وقياس زاوية ميل المستوى على الأفقى.



«٢٨، ٥ نيوتن»

- (ب) الشكل المقابل يوضح القوة  $\vec{F}$  اللازمة لنزع مسمار عند ٥ إذا كان معيار عزم القوة حول نقطة ٩ اللازمة لنزع المسمار يساوي ٢٠٠ نيوتن.سم أوجد معيار القوة  $\vec{F}$



«٢٤.٤ ث.كجم لأسفل على بُعد ٢.٠٥ متر من ٩»

- (أ) إذا كانت محصلة ثلاث قوى تؤثر على القضيب ٩ ب مهمل الوزن في الشكل المقابل هي ١٣.٦ ث.كجم وتؤثر لأعلى في نقطة تبعد ٣ متر على يمين ٩ أوجد مقدار واتجاه ونقطة تأثير القوة الثالثة.



(ب) ۲ ح و مستطیل فیہ : ۱۲ سم ، ۲ ح = ۹ سم ، ۳ م = ۱۸ نیون

بحیث : م = ۴ سم. أثرت قوى مقادیرها ۱، ۸، ۱۰، ۲۶، ۳۹، ۱۸ نیوتن

في الاتجاهات  $\overrightarrow{A}, \overrightarrow{M}, \overrightarrow{C}, \overrightarrow{H}$  على الترتيب فإذا كانت مجموعة القوى متزنة

۲۴ ، ۲۴ نیوٹن

فأوجد قيمتي:  $u_1$  ،  $u_2$

(۱) ۱- سلم منتظم طولہ ۵ متر ووزنہ ۲۰ ٹ. کجم یستند بطرفہ ۲ علی حائط رأسی أملس و بطرفہ ۳ علی

أرض أفقية خشنة معامل الاحتكاك السكوني بينهما  $\frac{1}{4}$  وكان الطرف ب على بُعد ٣ متر من الحائط ،

أثبت أن السلم لا يمكن أن يتزن في هذه الحالة ، ثم أوجد أصغر وزن لجسم معامل الاحتكاك السكوني

بينه وبين الأرض  $\frac{1}{5}$  بحيث إذا وضع عند الطرف ٦ للسلم يمنعه من الانزلاق.

(ب) سلك منتظم طوله ١٠٠ سم ثنى على هيئة خمسة أضلاع من مسدس منتظم ٩ حوافه وبدأ من

نقطة ١ عَيْنُ بُعْدٍ مَرَكِزِ ثَقْلِهِ عَنِ مَرَكِزِ الْمَسْدُوسِ. وَإِذَا غُلِقَ السِّلْكُ تَعْلِيقًا حُرًّا مِنْ طَرَفِهِ ٢ فَعَيْنٌ قِيَاسٌ

زاوية ميل  $\alpha$  على الرأسى فى وضع الاتزان.

100 34, 77 20

(١) أ- قضيب منتظم طوله ٢ متر ووزنه ٥ نيوتن، ح، د نقطتي تثليثه من جهة ٩ عُلِقَ أوزان مقدارها

١، ٢، ٣، ٤ نيوتن في النقط ١، ٢، ٣، ٤ على الترتيب عين مركز ثقل المجموعة.

”على بُعد  $\frac{11}{9}$  متر عند ٩

(ب) قوتان  $\vec{F}_1 = \vec{S} - \vec{V}$  ،  $\vec{F}_2 = \vec{S} - \vec{V}$  تؤثران في النقطتين

٢ (١، ١) ، (٠، -٤) على الترتيب أوجد عزم المجموعة حول أى نقطة فى المستوى. «١١ غ»



# امتحانات مصر

## في الاستاتيكا



أجب عن الأسئلة التالية :

١ إذا كانت :  $\vec{u} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$  ،  $\vec{v} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2$  تكونان ازدواجًا

د ١٠

ج ٢-

ب ٢

١٠- ا

٢ أ ح د شبه منحرف فيه :  $\vec{e}_1 // \vec{e}_2$  ،  $\vec{u} = (\vec{e}_1) = 90^\circ$  ،  $\vec{v} = \vec{e}_1 = 12$  سم ،  $\vec{w} = \vec{e}_2 = 18$  سم ،  $\vec{e}_1 = 9$  سم. أثرت القوى التي مقاديرها ٢٠ ، ٦٠ ، ٥٠ ، ١٢٠ ، ١٢٣ ث. جم. في  $\vec{e}_1$  ،  $\vec{e}_2$  ،  $\vec{e}_3$  ،  $\vec{e}_4$  على الترتيب. أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجًا وأوجد عزمه.٣ أ ح د صفيحة رقيقة على هيئة مستطيل فيه :  $\vec{e}_1 = 18$  سم ،  $\vec{e}_2 = 24$  سم. ووزنها ٢٠ نيوتن ويؤثر في نقطة تلاقي القطرين علق الصفيحة في مسمار رفيع من ثقب صغير بالقرب من الرأس د بحيث كان مستواها رأسيًا. فإذا أثر على الصفيحة ازدواج معيار عزمه يساوي ١٥٠ نيوتن.سم. واتجاهه عمودي على مستوى الصفيحة فأوجد زاوية ميل  $\vec{e}_1$  على الرأسى في وضع الاتزان.

٤ مركز ثقل نظام مؤلف من كتلتين ٤ ، ٨ كجم بينهما مسافة ٦ أمتار يبعد عن الكتلة الأولى مسافة ..... متر.

د ٥

ج ٢

ب ٤

ا ٣

٥ في الشكل المقابل :

إذا كان : أ ح د سلكًا منتظمًا طوله ٣٢ سم.

فيه :  $\vec{e}_1 = \vec{e}_2 = \vec{e}_3 = \vec{e}_4 = 16$  سم.فإن بُعد مركز ثقل السلك عن كل من  $\vec{e}_1$  ،  $\vec{e}_2$  هو .....

ا (٢ ، ٢)

ب (٤ ، ٤)

ج (٥ ، ٢)

د (٨ ، ٤)



٦ صفيحة رقيقة منتظمة السُمك والكثافة على شكل شبه منحرف أ ح د فيه :

 $\vec{u} = (\vec{e}_1) = 90^\circ$  ،  $\vec{v} = \vec{e}_1 = 40$  سم ،  $\vec{w} = \vec{e}_2 = 60$  سم ،  $\vec{e}_1 = 120$  سم. عيّن بُعد مركز ثقل الصفيحة عن كل من  $\vec{e}_1$  ،  $\vec{e}_2$



٧ إذا وضع جسم وزنه ٣٥ نيوتن على مستوى أفقى خشن وأثرت على الجسم قوتان أفقيتان مقدارهما ٦ ، ١٠ نيوتن ويحصران بينهما زاوية قياسها ٦٠° فأصبح الجسم على وشك الحركة فإن معامل الاحتكاك السكونى يساوى .....

١/١٠ (د)

٣/٧ (ج)

١/١٤ (ب)

٢/٥ (أ)

٨ إذا وضع جسم وزنه ٤ نيوتن على مستوى أفقى خشن معامل الاحتكاك السكونى بينه وبين الجسم  $\frac{1}{4}$  ، أثرت عليه قوة أفقية فإن قوة الاحتكاك السكونى  $\Rightarrow$  .....

$[\frac{1}{4}, 0]$  (د)

$[1, 0]$  (ج)

$[\infty, 1]$  (ب)

$[4, \frac{1}{4}]$  (أ)

٩ أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين :

(أ) تؤثر القوة  $\vec{F} = 2\vec{s} + 3\vec{v} - \vec{G}$  فى النقطة  $P(1, -1, 4)$  أوجد عزم القوة  $\vec{M}$  حول نقطة  $B(2, -3, 1)$  ، ثم احسب طول العمود المرسوم من  $B$  على خط عمل القوة.  
 (ب) تؤثر القوى  $\vec{F}_1 = 2\vec{s} - 3\vec{v}$  ،  $\vec{F}_2 = 5\vec{s} - 2\vec{v}$  ،  $\vec{F}_3 = -2\vec{s} + 3\vec{v}$  فى نقطة  $P(5, -3, 0)$  أوجد متجه عزم محصلة هذه القوى بالنسبة لنقطة  $B(1, 7)$  والبعد بين نقطة  $B$  وخط عمل المحصلة.

١٠ إذا كانت :  $\vec{F} = (2, -3, 4)$  تؤثر فى النقطة  $(1, 1, 1)$  فإن مركبة عزم  $\vec{M}$  حول محور  $vs$  تساوى .....

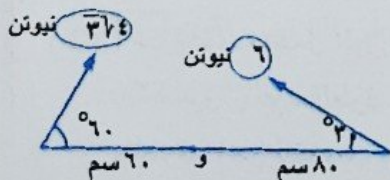
٢ (د)

٥- (ج)

٢- (ب)

٧ (أ)

١١ فى الشكل المقابل :



مجموع عزوم القوى حول نقطة (٩) يساوى ..... نيوتن.سم.

١٢٠ (ب)

١٢٠- (أ)

٣٦٠- (د)

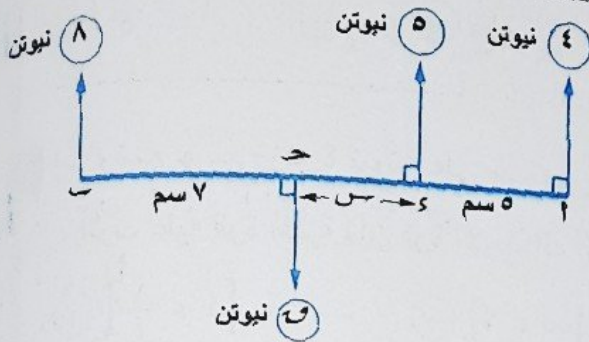
٢٤٠ (ج)

١٢ وضع جسم وزنه ٤٠٠ ث.جم. على مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ومعامل الاحتكاك السكونى بينه وبين الجسم  $\frac{3}{4}$  ، أثرت على الجسم قوة مقدارها ٥٠ ث.جم. فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى ولأعلى فإذا كان الجسم متزنًا فعين قوة الاحتكاك وبين ما إذا كان الجسم على وشك الحركة أم لا.



إذا كانت :  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  قوتين متوازيتين وفي اتجاهين متضادين وكانت  $F_1 = 7$  نيوتن ،  $F_2 = 9$  نيوتن وكانت المحصلة تبعد عن القوة الثانية بمقدار ٣٥ سم. فإن البعد بين القوتين يساوى ..... سم.

(أ) ١٠ (ب) ١٦ (ج) ٣٥ (د) ٧٠



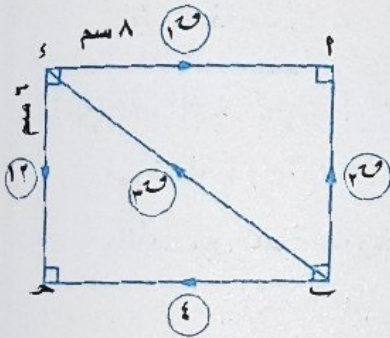
في الشكل المقابل :

أ- قضيب متزن أفقياً فإن

البعد  $س =$  ..... سم.

- (أ) ٥٦ (ب) ٣٦ (ج) ٢٧ (د) ٤

أوجد المحصلة ونقطة تأثيرها لقوتين متوازيتين ومتضادتين في الاتجاه مقداراهما ٧ نيوتن ، ١٢ نيوتن وتؤثران في ٢ ، ٤ حيث :  $٢ = ٢٠$  سم.



في الشكل المقابل :

إذا كانت مقادير القوى بالنيوتن والمجموعة متزنة

فإن :  $F =$  ..... نيوتن.

- (أ) ١٦ (ب) ٥ (ج) ٢ (د) ٨

أ- لوح خشبي منتظم كتلته ١٠ كجم وطوله ٤ متر يرتكز في وضع أفقى على حاملين أحدهما عند ٢ والآخر عند نقطة تبعد ١ متر عن ٢ بين على أى بُعد يقف على اللوح طفل وزنه ٥٠ ث.كجم. لكى يتساوى رد الفعل على الحاملين.

أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين :

(أ) أ- قضيب مهمل الوزن طوله ٢١٠ سم يتصل طرفه (٢) بمفصل مثبت في حائط رأسى. علّق ثقل قدره ١٢٠ نيوتن عند الطرف (ب) وحفظ القضيب في وضع أفقى بواسطة حبل خفيف يتصل أحد طرفيه بالطرف (ب) للقضيب ويتصل طرفه الآخر بنقطة على الحائط رأسياً أعلى (٢) فإذا كان الحبل يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  عيّن مقدار الشد في الحبل وكذلك رد فعل المفصل.

(ب) سلم منتظم وزنه ٢٠ ث.كجم. يرتكز بأحد طرفيه على أرض أفقية خشنة وبالطرف الآخر على حائط رأسى أملس. اتزن السلم فى مستوى رأسى وكان قياس زاوية ميله على الأفقى  $60^\circ$  فإذا كان معامل الاحتكاك السكونى بين السلم والأرض يساوى  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  أثبت أن أقصى مسافة تستطيع فتاة وزنها ٦٠ ث.كجم أن تصعد على السلم تساوى نصف طول السلم.



## أجب عن الأسئلة التالية :

١ قوتان متوازيتان ومتضادتان في الاتجاه مقدارهما ٤٠ نيوتن ، ١٠٠ نيوتن ، المسافة بين خطي عمليهما ٢٤ سم. أوجد محصلتهما ونقطة تأثيرهما.

٢ إذا كان :  $\vec{a} = 3\vec{s} - \vec{v}$  ،  $\vec{b} = \vec{q} - \vec{s} - \vec{v}$  ،  $\vec{c} = \vec{q} - \vec{s} - \vec{v}$  تكونان ازدواجًا فإن : (٢ ، ب) = .....

- ١ (٢ ، ٤) (ب) (٣ ، ٥) (ج) (٣ ، ٥) (د) (٣ ، ٥)

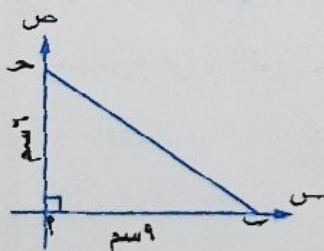
## أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين :

(١) قضيب منتظم طوله ١٢٠ سم ووزنه ٤ نيوتن يتصل بطرفه (٢) بمفصل في حائط رأسى. عُلّق في القضيب وزن مقداره ٣ نيوتن على بُعد ٤٠ سم من (ب) وربط طرفه (ب) بواسطة خيط بنقطة (ح) على الحائط رأسياً أعلى (٢) حيث :  $q = 160$  سم ، فإذا كان القضيب في حالة اتزان استاتيكي أفقياً. فأوجد مقدار الشد في الخيط ومقدار واتجاه رد فعل المفصل.

(ب) قضيب منتظم يرتكز بطرفه العلوى على حائط رأسى معامل الاحتكاك السكونى بينه وبين القضيب يساوى  $\frac{1}{4}$  وبطرفه السفلى على مستوى أفقى معامل الاحتكاك السكونى بينه وبين القضيب يساوى  $\frac{3}{4}$  أوجد ظل زاوية ميل القضيب على الأفقى عندما يكون على وشك الانزلاق.

٢ ح د مربع طول ضلعه ١٠٠ سم أثرت القوتان ٦٠ ، ٦٠ نيوتن في الاتجاهين ب ، د ، ح أوجد قوتين متساويتين في المقدار تؤثران في أ ، ح وتوازيان ب د وتكونان ازدواجاً متكافئاً مع الازدواج المكوّن من القوتين الأوليين.

٣ ح د مستطيل فيه : ب = ٩ سم ، ح = ٢٤ سم ، هـ ، و منتصفا ب ح ، د على الترتيب. أثرت القوى ١٨ ، ٤٨ ، ٣٠ ، ٢٤ ث. جم في أ ، ب ، ح ، د ، و على الترتيب. أثبت أن هذه القوى تكافئ ازدواجاً ، أوجد معيار عزمه. ثم أوجد قوتين تؤثران في هـ ، أ ، و لكي تتزن المجموعة.



## في الشكل المقابل :

مركز ثقل ثلاث كتل متساوية قيمة كل واحدة ٢ كجم موضوعة عند رؤوس مثلث قائم الزاوية طولاً ضلعى القائمة فيه ٦ سم ، ٩ سم هو .....

- (ب) (٣ ، ٤ ، ٥)

- (د) (٤ ، ٦)

- ١ (٢ ، ٢)

- ٢ (٢ ، ٣)



٧ مركز ثقل نظام مؤلف من كتلتين ٦ ، ٩ كجم بينهما مسافة ١٠ أمتار يبعد عن الكتلة الأولى مسافة ..... متر.

- ٢ (أ) ٤ (ب) ٥ (ج) ٦ (د)

٨ وضعت أربع كتل متساوية مقدار كل منها ١٠٠ جرام عند رؤوس المربع أ ب ح د عيّن مركز ثقل المجموعة بالنسبة إلى أ ب ، د

٩ إذا وضع جسم وزنه ٢١ نيوتن على مستوى أفقى خشن وأثرت على الجسم قوتان أفقيتان مقداراهما ٣ نيوتن ، ٥ نيوتن وتحصران بينهما زاوية قياسها ٦٠° فأصبح على وشك الحركة فإن معامل الاحتكاك السكونى يساوى .....

- ٢ (أ) ١ (ب) ١ (ج) ٢ (د)

١٠ إذا كانت قوة الاحتكاك السكونى النهائى = ٦٠ نيوتن ، قوة رد الفعل المحصل = ١٠٠ نيوتن. فإن رد الفعل العمودى = ..... نيوتن.

- ٦٠ (أ) ٨٠ (ب) ١٠٠ (ج) ٢٠٠ (د)

١١ وضع جسم وزنه (و) على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها (هـ) فوجد أن أقل قوة توازى خط أكبر ميل للمستوى وتجعل الجسم على وشك الحركة إلى أعلى المستوى تساوى (٢ و ما هـ) أثبت أن : (أ) قياس زاوية الاحتكاك = هـ (ب) مقدار قوة رد الفعل المحصل = و

١٢ إذا كانت  $\vec{O} = (٢ ، ٢- ، ٤)$  تؤثر فى النقطة (١ ، ١ ، ١) فإن مركبة عزم  $\vec{O}$  حول محور س تساوى .....

- ٧ (أ) ٢- (ب) ٥- (ج) ٢ (د)

١٣ فى الشكل المقابل :

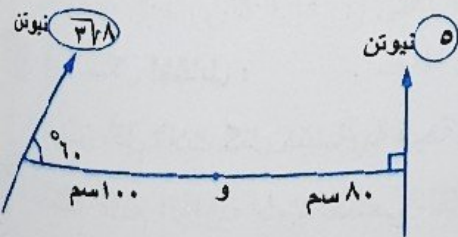
مجموع عزوم القوى حول نقطة (و) يساوى ..... نيوتن.سم.

- ٨٠٠ (أ)

- ٤٠٠ (ج)

- ٨٠٠- (ب)

- ١٢٠٠- (د)





أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين ،

(١) تؤثر القوة  $\vec{Q} = 2\vec{s} - \vec{v} + \vec{e}$  في النقطة  $P(2, 1, 3)$  أوجد عزم القوة  $\vec{Q}$  حول نقطة  $S(1, 2, 2)$  ثم احسب طول العمود الساقط من  $S$  على خط عمل القوة.

(ب) تؤثر القوى  $\vec{Q} = \vec{l} + \vec{s} + \vec{m} + \vec{v}$  ،  $\vec{P} = \vec{s} - \vec{v} - \vec{e}$  ،  $\vec{Q} = \vec{v} - \vec{s} - \vec{e}$  في النقطة  $P(2, 1)$  ،  $S(4, 0)$  ،  $H(4, 2)$  على الترتيب. إذا كان مجموع عزوم القوى بالنسبة للنقطة الأصل  $\vec{e} = 9$  ، ومجموع عزوم القوى بالنسبة للنقطة  $S(2, 3) = \vec{e} = 4$  فاوجد قيمة كل من :  $l$  ،  $m$

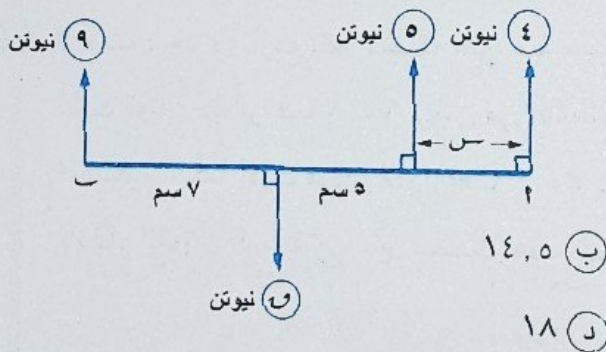
١٦ إذا كانت  $\vec{Q}$  ،  $\vec{P}$  قوتين متوازيتين وفي اتجاهين متضادين وكانت  $\vec{Q} = 6$  نيوتن ،  $\vec{P} = 8$  نيوتن وكانت المحصلة تبعد عن القوة الثانية بمقدار ١٥ سم فإن البعد بين القوتين يساوى ..... سم.

(د) ٥

(ج) ١٤

(ب) ١٥

(أ) ٢٠

١٧ في الشكل المقابل :

إذا كانت مقادير القوى بالنيوتن والمجموعة متزنة فإن :  $\vec{Q} =$  ..... نيوتن.

(ب) ٥

(أ) ١٦

(د) ٨

(ج) ٢

١٨ في الشكل المقابل :

١٩ قضيب منتظم طوله ٩٠ سم ووزنه ٦٠ نيوتن مُعلق في وضع أفقي بخيطين رأسيين من طرفيه  $A$  ،  $B$  أين يُعلق ثقل مقداره ١٥٠ نيوتن حتى يكون مقدار الشد عند  $A$  ضعف مقداره عند  $B$  ؟

٩٥



## أجب عن الأسئلة التالية :

١ إذا وضع جسم وزنه ٣٦ نيوتن على مستوى أفقى خشن معامل الاحتكاك السكونى بينه وبين الجسم  $\frac{1}{3}$  وأثر على الجسم قوة أفقية تحاول تحريكه فإن مقدار قوة الاحتكاك  $\Rightarrow$  .....

د)  $[٣٦, ٠]$

ج)  $[١٢, ٠]$

ب)  $[٣٦, \frac{1}{3}]$

أ)  $[١٢, \frac{1}{3}]$

٢ إذا اترزت مجموعة من القوى فإن .....

أ) فقط مجموع العزوم للقوى حول أى نقطة تتلاشى.

ب) فقط محصلة القوى تتلاشى.

ج) مجموع العزوم للقوى حول أى نقطة تتلاشى ومحصلة القوى تتلاشى.

د) محصلة القوى تساوى مجموع معايير القوى ومجموع العزوم للقوى حول أى نقطة لا تتلاشى.

٣ أ، ب، ح، د أربع نقاط مختلفة على خط مستقيم واحد بحيث أ = ب = ح = د = ٢٠ سم.

أثرت قوتان مقداراهما ٨ ، ٩ نيوتن فى النقطتين أ ، د على الترتيب فى اتجاه واحد عمودى على الخط المستقيم ، كما أثرت قوتان مقداراهما ٤ ، ٧ نيوتن فى النقطتين ب ، ح على الترتيب فى اتجاه مضاد لاتجاه القوتين السابقتين. عيّن محصلة هذه المجموعة من القوى وبعد نقطة تأثيرها عن أ

٤ أ قضيب طوله ٥٠ سم ووزنه ٢٠ نيوتن يؤثر فى منتصفه ، يمكنه الدوران بسهولة فى مستوى رأسى حول مفصل مثبت عند طرفه أ ، أثر على القضيب ازدواج فى مستوى رأسى معيار عزمه ٢٥٠ نيوتن. سم. أوجد رد فعل المفصل وقياس زاوية ميل القضيب على الرأسى فى وضع التوازن.

٥ فى الشكل المقابل :

إذا كانت :  $١٦ = \text{ح}$  نيوتن

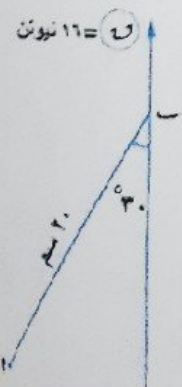
فإن عزم ح حول أ = ..... نيوتن.سم.

ب)  $٣٢ \sqrt{١٦٠}$

أ) ٣٢٠

د) ٣٢٠ -

ج) ١٦٠





اذا كان:  $\overline{q_1} = \overline{s_1} + \overline{s_2}$  ،  $\overline{q_2} = \overline{s_2} - \overline{s_3}$  ،  $\overline{s_3}$  قوتی ازدواج

1. (i)

۱. - (پ)

$$Y - \left( \frac{\cdot}{\cdot} \right)$$

٢ (٢)

ساق منتظمة طولها ٤ أمتار ووزنها ٥٠ ث.كجم. ترتكز أفقياً على حاملين عند نهايتيها وتحمل ثقلاً قدره ٢٠ ث.كجم على بعد ١ متر من أحد طرفيها. أوجد رد فعل كل من الحاملين.

١- مستطيل فيه :  $٢٠ = \text{سم}$  ،  $٤٠ = \text{سم}$  أثرت القوى التي مقاديرها ١٥ ، ٢٠ ، ١٥ ، ٢٠ دايين في  $\text{سم}$  ،  $\text{سم}$  ،  $\text{سم}$  ،  $\text{سم}$  على الترتيب. أثبت أن هذه القوى تكافئ ازدواجاً وأوجد معيار عزمه ، ثم أوجد قوتين تؤثران في  $\text{سم}$  ،  $\text{سم}$  عمودياً على  $\text{سم}$  بحيث تتزن المجموعة.

إذا أثرت القوة  $\vec{F} = 2\vec{s} - \vec{v} + 5\vec{e}$  في النقطة  $P(2, -1, 4)$  فإن مركبة عزم  $\vec{F}$  حول محور  $s$  تساوي .....

1-①

10

9- (ج)

9 (5)

مركز ثقل نظام مؤلف من كتلتين ٢ ، ٥ كجم. المسافة بينهما ٨ أمتار يبعد عن الكتلة الأولى مسافة ..... متر.

५०

③ 3

① 0

70

أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين :

(أ) إذا أثرت القوة  $\vec{Q} = 2\vec{s} + 3\vec{v} - \vec{u}$  في النقطة  $P(1, -1, 4)$  فأوجد عزم القوة  $\vec{Q}$  حول نقطة  $B(2, -2, 1)$  ثم استنتج طول العمود المرسوم من  $B$  على خط عمل القوة  $\vec{Q}$

(ب)  $\vec{a} = 2\vec{u} + 3\vec{v} + 9\vec{w}$  سم،  $\vec{b} = 5\vec{u} + 9\vec{v} + 9\vec{w}$  سم. أثرت قوى مقاديرها ٧٥، ٥٠، ٩٠ نيوتن في  $P$ ،  $Q$ ،  $R$  على الترتيب. فإذا انعدم المجموع الجبري لعزوم هذه القوى حول نقطة  $H$  فأوجد  $\vec{H}$  ثم أوجد المجموع الجبري لعزوم هذه القوى حول نقطة  $H$  حيث  $H = 3\vec{a} + \vec{b} + 5\vec{c}$  سم.

في الشكل المقابل :

إذا كان:  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  //

وتؤثران في النقطتين ٢ ، ٣ على الترتيب

جبت ۳۱ سو، سو = ۲۴ سم

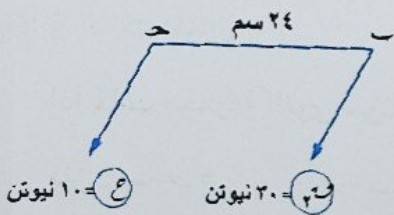
فاز : ۲ = ..... سم.

70

12 (C)

١٨ (ج)

ΣΑ (2)





## ١٣ في الشكل المقابل :

إذا كان  $AB$  حرج سلكاً منتظماً فيه :

$AB = 2 = BC = 2 = CD = 16$  سم فإن مركز ثقل السلك عن

كل من  $B$  و  $C$  ،  $A$  على الترتيب هو .....

(ب) (٤ ، ٤)

(أ) (٣ ، ٣)

(د) (٨ ، ٤)

(ج) (٥ ، ٣)

## ١٤ أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين :

(أ) سلم منتظم يستند في حالة اتزان نهائى بطرفه الأعلى على حائط رأسى خشن وبطرفه السفلى

على أرض أفقية خشنة. إذا كان معامل الاحتكاك السكونى مع الحائط والأرض هما  $\frac{2}{3}$  ،  $\frac{1}{4}$

على الترتيب. فأوجد قياس الزاوية التى يصنعها السلم مع الأرض.

(ب) قضيب منتظم وزنه (٩) يتصل أحد طرفيه بمفصل ويتصل طرفه الآخر بخيط مربوط فى نقطة فى نفس

المستوى الأفقى المار بالمفصل بحيث كان قياس زاوية ميل كل من القضيب والخيط على الأفقى

مساوي  $\frac{9}{4}$  أثبت أن رد فعل المفصل يساوى  $\frac{9}{4} \sqrt{13}$  طن أو  $9 + \frac{9}{4}$

## ١٥ في الشكل المقابل :

وضع جسم وزنه ٤٨ نيوتن على مستوى أفقى خشن وكان قياس زاوية

الاحتكاك بين الجسم والمستوى  $60^\circ$  وأثرت على الجسم قوة تميل على

المستوى بزاوية قياسها  $30^\circ$  فجعلت الجسم على وشك الحركة على المستوى

فإن مقدار هذه القوة يساوى ..... نيوتن.

(أ) ٤٨

(ب) ٢٤

(ج) ٣٦

(د) ١٢

## ١٦ في الشكل المقابل :

إذا كانت مجموعة القوى متزنة

فإن :  $B = C =$  ..... سم.

(أ) ٤٥

(ج) ٩٠

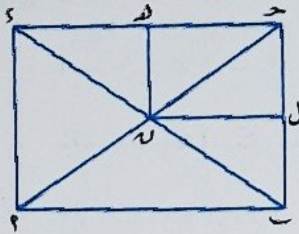
(ب) ١٥٠

(د) ٨



إذا وضع جسم وزنه ٨٠ نيوتن على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية  $\theta$  حيث  $\tan \theta = \frac{3}{4}$  وكان معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوى  $\mu_s$  وأثرت على الجسم قوة أفقية مقدارها ١٦٠ نيوتن فجعلت الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى. **فأوجد قيمة  $\mu_s$**

في الشكل المقابل :



١- ح ح صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مستطيل فيه :

٢-  $س ح = ١٢$  سم ،  $ح ل = ٨$  سم فإذا كان ل ، م منتصفى

س ح ، ح ل على الترتيب ،  $م = س ح \cap ح ل$  ،  $\{م\}$

وفصل المستطيل ل ح ح م من الصفيحة. فعين بعد مركز ثقل الجزء المتبقى عن أ ،  $س ح$  ،

وإذا علقت الصفيحة تعليقاً حراً من م فأوجد ظل زاوية ميل أ على الرأسى فى وضع الاتزان.



1.



٣ إذا أثرت القوة  $\vec{Q} = 7\vec{u}$  ص في النقطة  $A(0, 3)$  فإن طول العمود المرسوم من النقطة  $B(1, -2)$  على خط عمل  $\vec{Q}$  يساوي ..... وحدة طول.

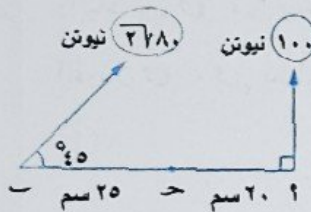
- ٤ (أ) ٧ (ب) ٢٨ (ج) ٢ (د)

٤ مركز ثقل النظام التالي :  $L_1 = 1$  كجم عند  $(1, 0)$  ،  $L_2 = 2$  كجم عند  $(2, 0)$  ،  $L_3 = 3$  كجم عند  $(2, 1)$  هو .....

- (أ)  $(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$  (ب)  $(1, 2)$  (ج)  $(\frac{2}{3}, \frac{5}{3})$  (د)  $(\frac{5}{3}, \frac{2}{3})$

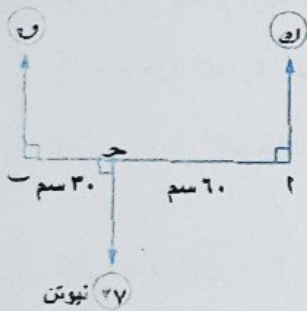
٥ أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين :

(أ) إذا أثرت القوة  $\vec{Q} = 3\vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w}$  في النقطة  $A(1, 0, -1)$  فأوجد عزم القوة  $\vec{Q}$  حول النقطة  $B(2, -1, 2)$  ثم أوجد طول العمود المرسوم من  $B$  إلى خط عمل  $\vec{Q}$  (ب) في الشكل المقابل :



أثبت أن خط عمل محصلة القوتين ١٠٠ نيوتن ، ٢٨٠ نيوتن يمر بالنقطة ح ، ثم أوجد معيار عزم محصلة القوى حول نقطة أ

٦ في الشكل المقابل :



إذا كانت مجموعة القوى متزنة فإن :  $\vec{u} = \dots\dots\dots$  نيوتن.

- ٩ (أ) ١٨ (ب) ٢٧ (د) ١٣,٥ (ج)

٧ مركز ثقل نظام مؤلف من كتلتين ٧ ، ١١ كجم المسافة بينهما ٩٠ سم يبعد عن الكتلة الأولى مسافة ..... سم.

- ٥٠ (أ) ٥٥ (ب) ٣٥ (ج) ٤٥ (د)

٨ أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين :

(أ) قضيب منتظم يرتكز في مستوى رأسي بطرفه العلوي على حائط رأسي أملس وبطرفه السفلي على مستوى أفقي خشن معامل الاحتكاك السكوني بينه وبين القضيب يساوي  $\frac{1}{3}$  أوجد قياس زاوية ميل القضيب على الأفقي عندما يكون على وشك الانزلاق.



(ب) أ ب قضيب منتظم طوله ٦٠ سم ووزنه ٨ نيوتن يتصل طرفه أ بمفصل مثبت في حائط رأسي. علو ثقل قدره ٦ نيوتن في نقطة من القضيب تبعد ٤٠ سم من الطرف أ اتزن القضيب في وضع أفقي بواسطة خيط خفيف يتصل أحد طرفيه بالطرف ب من القضيب وثبت الطرف الآخر للخيط في نقطة على الحائط تبعد ٨٠ سم رأسياً أعلى أ أوجد الشد في الخيط ورد فعل المفصل.

١١ إذا كان :  $m_1$  ،  $m_2$  هما معامل الاحتكاك السكوني والحركي على الترتيب لجسمين متلامسين

فإن .....

(أ)  $m_1 = m_2$

(ب)  $m_1 > m_2$

(ج)  $m_1 < m_2$

(د) لا توجد علاقة بينهما.

١٢  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  قوتان متوازيتان مقدار الأولى ١٠ ث.كجم. ومقدار محصلتهما (ع) = ١٦ ث.كجم. والبعد بين  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  يساوى ١٢ سم ، فإذا كانت  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  تعملان في اتجاه واحد فإن البعد بين القوتين  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  يساوى ..... سم.

(أ) ٨

(ب) ١٦

(ج) ٢٠

(د) ٣٢

١٣ إذا وضع جسم وزنه ٤٠ نيوتن على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  وأثرت على الجسم قوة مقدارها  $\vec{F}$  في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى فجعلت الجسم على وشك الحركة لأعلى وكان معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوى يساوى  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  أوجد قيمة :  $\vec{F}$

١٤ تؤثر القوتان  $\vec{F}_1 = 2\vec{s} - \vec{v}$  ،  $\vec{F}_2 = 9\vec{s} + 3\vec{v}$  في النقطتين أ (١، ٠) ، ب (١، ٢) على الترتيب. أوجد محصلة القوتين وعين نقطة تقاطع خط عملها مع  $\vec{AB}$

١٥ إذا وضع جسم وزنه ٤٠ نيوتن على مستوى أفقى خشن وأثرت عليه قوة أفقية مقدارها ٢٠ نيوتن فجعلته على وشك الحركة. فإن مقدار قوة رد الفعل المحصل = ..... نيوتن.

(أ)  $40\sqrt{2}$

(ب)  $20\sqrt{2}$

(ج)  $10\sqrt{2}$

(د)  $10\sqrt{2}$

١٦  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  قوتان متوازيتان حيث  $\vec{F}_1 = 7\vec{v}$  ،  $\vec{F}_2 = 6\vec{v}$  ومحصلتهما تبعد عن  $\vec{F}_1$  مسافة ٤٢ سم فإن البعد بين خط عمل المحصلة والقوة  $\vec{F}_1$  = ..... سم.

(أ) ٧٨

(ب) ٣٦

(ج) ٤٩

(د) ٦



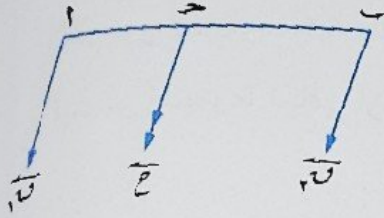
۱- قضيب منتظم طوله ٤ أمتار ووزنه ١٠ ث. كجم يرتكز أفقيًا على حاملين الأول عند ٢ والثاني على بعد ١ متر من ب أوجد أين يجب أن يوضع ثقل قدره ٥٠ ث. كجم على القضيب لكي يتساوى الضغط على كل من الحاملين.

۲- ح مثلث فيه :  $a = b = c = ٨$  سم ،  $\angle (d, b, c) = ١٢٠^\circ$   
 أثرت قوى مقاديرها ١٢ ، ١٢ ، ١٢  $\sqrt{3}$  نيوتن في أ ، ب ، ج على الترتيب.  
 أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجًا وأوجد معيار عزمه.



أجب عن الأسئلة التالية :

١ في الشكل المقابل :



إذا كان :  $\vec{M}_A$  ،  $\vec{M}_B$  ، قوتان متوازيتان في نفس الاتجاه تؤثران عند A ، B على الترتيب ، محصلتهما  $\vec{H}$  ، تؤثر عند نقطة  $\exists$  على  $\overline{AB}$  حيث  $M_A = 8$  نيوتن ،  $H = 12$  نيوتن ،  $AC = 10$  سم فإن :  $AB = \dots$  سم.

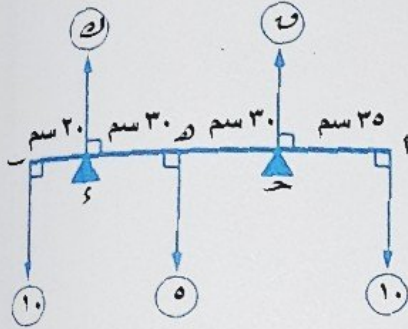
٦ (د)

٢٦ (ج)

١٣ (ب)

١٦ (أ)

٢ في الشكل المقابل :



إذا كان القضيب خفيفاً ومتزاناً أفقياً ، فإن : .....

(أ)  $M_A = 10$  نيوتن ،  $L_C = 10$  نيوتن

(ب)  $M_B = 10$  نيوتن ،  $L_C = 15$  نيوتن

(ج)  $M_B = 10$  نيوتن ،  $L_C = 10$  نيوتن

(د)  $M_B = 12.5$  نيوتن ،  $L_C = 12.5$  نيوتن

٣ أ قضيب منتظم طوله ١٠٠ سم ، ووزنه ٢٠ نيوتن يرتكز أفقياً على دعامتين إحداها على بعد ٢٠ سم من A ، والأخرى على بعد ٢٠ سم من B

أوجد : (١) مقدار الضغط على كل من الحاملين.

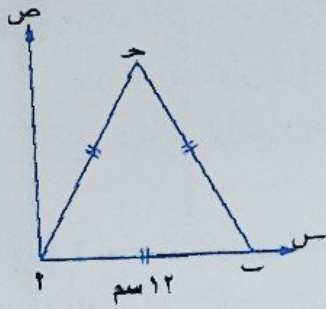
(٢) مقدار الوزن الذي يجب أن يعلق من B بحيث يكون القضيب على وشك الدوران.

٤ صفيحة رقيقة منتظمة الكثافة على شكل مستطيل ABCD الذي فيه :  $AB = 12$  سم ،  $BC = 8$  سم إذا كان L ، M منتصفى BC ، CD على الترتيب ،  $\overline{AM} \cap \overline{BD} = \{N\}$  وفصل المستطيل حول حده عين مركز ثقل الجزء المتبقى باعتبار  $\vec{A}$  ،  $\vec{D}$  محوري الإحداثيات.

٥ مركز ثقل جسيمين ماديين وزناهما : ١٢ نيوتن عند (٠ ، ٢٠) ، ٨ نيوتن عند (٤٠ ، ٠) بالنسبة لنقطة الأصل هو .....

(أ) (صفر ، صفر) (ب) (٤ ، صفر) (ج) (١٠ ، صفر) (د) (٢٦ ، صفر)





الكتلة	٤ كجم	٥ كجم	٣ كجم
الموضع	١	٢	٣

هو .....

$$\textcircled{ب} (3\sqrt{2}, 6)$$

$$\textcircled{د} (3\sqrt{2}, 6)$$

$$\textcircled{ا} (3\sqrt{2}, 6)$$

$$\textcircled{ج} (\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{12}{2})$$

أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين :

(١) إذا كانت :  $\vec{Q} = -\vec{S} + \vec{V} + \vec{O}$  تؤثر عند نقطة ١ التي متجه موضعها بالنسبة لنقطة

$$\text{الأصل هو } \vec{r} = \vec{S} - \vec{V} + \vec{O}$$

أوجد : عزم القوة  $\vec{Q}$  حول نقطة الأصلثم أوجد : طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على خط عمل القوة  $\vec{Q}$ 

$$\textcircled{ب} \text{ تؤثر القوتان : } \vec{Q} = \vec{S} + \vec{V} \text{ ، } \vec{Q} = \vec{S} - \vec{V} \text{ عند النقطتين ١ (٥ ، ١) ، ٢ (٣ ، ٠) على الترتيب.}$$

عين : قيمة الثابت  $\mu$  بحيث يتلاشى مجموع عزمي القوتين حول نقطة الأصل.ثم أوجد : طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على خط عمل القوة  $\vec{Q}$ 

في الشكل المقابل :

القياس الجبري لعزم القوة  $\vec{Q}$  حول نقطة ١ = ..... نيوتن.متر.

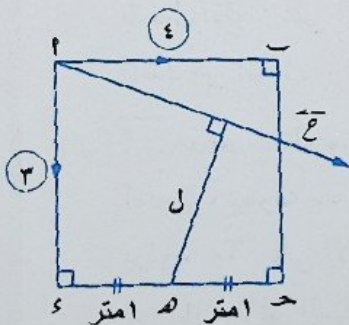
$$\textcircled{ا} 2\sqrt{100}$$

$$\textcircled{ب} 2\sqrt{500}$$

$$\textcircled{ج} 2\sqrt{50}$$

$$\textcircled{د} 2\sqrt{750}$$

في الشكل المقابل :



أب ح د مربع طول ضلعه ٢ متر ، أثرت القوتان ٤ ، ٣ ث.كجم.

في أ ب ، أ على الترتيب. فإذا كانت محصلتهما  $\vec{H}$  ، لطول العمود المرسوم من ه على خط عمل  $\vec{H}$  فإن : .....

$$\textcircled{ب} \vec{H} = 5 \text{ ث.كجم} ، \text{ ل} = 1 \text{ متر}$$

$$\textcircled{ا} \vec{H} = 5 \text{ ث.كجم} ، \text{ ل} = 1.5 \text{ متر}$$

$$\textcircled{د} \vec{H} = 5 \text{ ث.كجم} ، \text{ ل} = 1.2 \text{ متر}$$

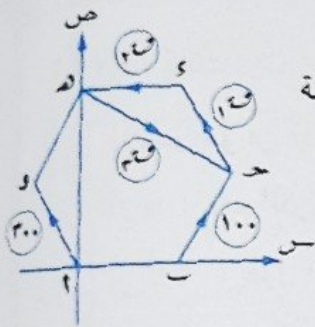
$$\textcircled{ج} \vec{H} = 5 \text{ ث.كجم} ، \text{ ل} = 2\sqrt{2} \text{ متر}$$



١٠ قوتان متوازيتان  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  حيث  $|\vec{F}_1| = 100$  نيوتن ، مقدار محصلتهما  $|\vec{F}| = 150$  نيوتن والمسافة بين خط عمل القوة الأولى والمحصلة ٧٥ سم. إذا كانت  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  في نفس الاتجاه.  
عين : مقدار واتجاه ونقطة تأثير القوة  $\vec{F}$

١١ أ ب ح د متوازي أضلاع فيه :  $|\vec{F}_1| = 18$  سم ،  $|\vec{F}_2| = 20$  سم ،  $|\vec{F}| = 30$  سم.  
أثرت القوى التي مقاديرها ٨ ، ٦ ، ٨ ، ٦ نيوتن في  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  ،  $\vec{F}_3$  ،  $\vec{F}_4$  على الترتيب.  
أثبت أن : المجموعة تكافئ ازدواجاً ، وأوجد معيار عزمه.  
ثم أوجد : مقدار القوتين اللتين تؤثران عند  $\vec{F}_4$  ،  $\vec{F}_5$  وعموديتان على  $\vec{F}_1$  وتكافئان المجموعة السابقة.

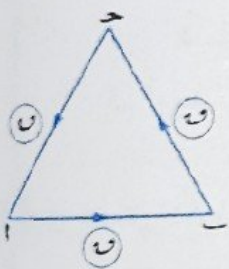
١٢ في الشكل المقابل :



أ ب ح د سداسي منتظم طول ضلعه ٤٠ سم ، إذا كانت القوى المعطاة متزنة  
فإن :  $|\vec{F}| = \dots$  نيوتن.

- (أ) ٦٠٠  
(ب)  $3\sqrt{2} \times 200$   
(ج) ١٠٠  
(د) ١٥٠

١٣ في الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث متساوي الأضلاع ، طول ضلعه ٢٠ سم. إذا أثرت قوى مقاديرها متساوية  
، مقدار كل منها ٢٠ نيوتن في  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  ،  $\vec{F}_3$  على الترتيب  
فإن عزم الازدواج المكافئ =  $\dots$  نيوتن.سم.

- (أ)  $20 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$   
(ب)  $20 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$   
(ج)  $20 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$   
(د)  $20 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

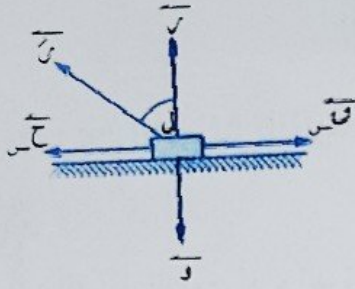
١٤ أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط ،

(أ) أ ب قضيب منتظم طوله ٢٠٠ سم ، ووزنه ١٠ نيوتن ، يتصل طرفه أ بمفصل مثبت في حائط رأسى ، ويحمل وزناً مقداره يساوى وزن القضيب عند نهايته ب حفظ القضيب في حالة اتزان في وضع أفقى بواسطة حبل ، أحد طرفيه يتصل بنقطة على القضيب على بعد ١٥٠ سم من أ ، وطرفه الآخر يتصل بنقطة على الحائط رأسياً فوق أ ، إذا كان الحبل يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  أوجد الشد في الحبل ورد فعل المفصل.

(ب) أ ب سلم منتظم وزنه ٣٠ ث.كجم وطوله ٥ متر ، يرتكز في مستوى رأسى بطرفه أ على حائط رأسى أملس ، بطرفه ب على أرض أفقية خشنة ، معامل الاحتكاك السكونى بينهما  $\frac{1}{2}$  إذا كان السلم يميل بزاوية  $60^\circ$  على الأفقى ، أوجد أكبر مسافة يستطيع رجل وزنه ٨٠ ث.كجم أن يصعداها على السلم دون أن ينزلق السلم.



## ١٥ في الشكل المقابل :



إذا كان الاحتكاك نهائياً ،  $m = 5 \sqrt{3}$  نيوتن ،  $\theta = 30^\circ$  نيوتن  
فإن جميع العبارات الآتية صحيحة ما عدا .....

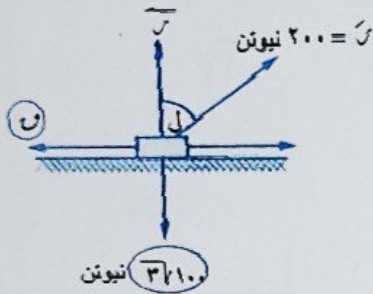
(ب)  $L = 60^\circ$

(د)  $\frac{1}{\sqrt{3}} = \text{عر}$

(أ)  $m = 10$  نيوتن

(ج)  $\text{عر} = 5$  نيوتن

## ١٦ في الشكل المقابل :



إذا كان الجسم على وشك الحركة  
فإن : .....

(أ)  $\mu = 200$  نيوتن ،  $L = 30^\circ$

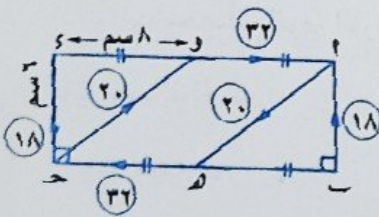
(ب)  $\mu = 100 \sqrt{3}$  نيوتن ،  $L = 30^\circ$

(ج)  $\mu = 100$  نيوتن ،  $L = 30^\circ$

(د)  $\mu = 100$  نيوتن ،  $L = 60^\circ$

١٧ جسم كتلته ٢ كجم موضوع على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  أثرت على الجسم قوة أفقية مقدارها ٢٠ نيوتن فجعلته على وشك الحركة لأعلى مستوى. عين معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوى.

## ١٨ في الشكل المقابل :



أ ب ح د مستطيل ، هـ ، و منتصف ا ب ح ،  $\theta = 30^\circ$  على الترتيب.

أ ب = ٦ سم ، ب ح = ١٦ سم

إذا كانت القوى المؤثرة مقاسة بالنيوتن ومقاديرها واتجاهاتها موضحة بالشكل أثبت أن المجموعة مترنة.



## أجب عن الأسئلة التالية :

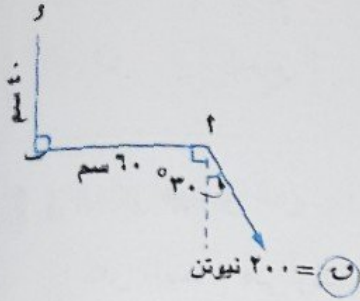
١ في الشكل المقابل :

القياس الجبري لعزم القوة  $\vec{F}$  حول

نقطة و = ..... نيوتن.سم

$$\text{أ) } 3\sqrt{2} \times 6 \dots - 4 \dots \quad \text{ب) } 3\sqrt{2} \times 6 \dots - 4 \dots$$

$$\text{ج) } 3\sqrt{2} \times 2 \dots - 4 \dots \quad \text{د) } 3\sqrt{2} \times 6 \dots - 4 \dots$$



٢ في الشكل المقابل :

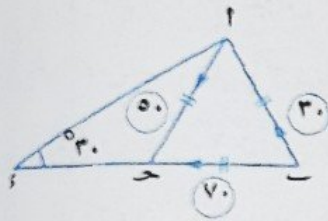
أ ب ح د = ١٢ سم ، ح د = ١٢ سم ، ح د = ١٢ سم ، ح د = ١٢ سم

إذا أثرت القوى التي مقاديرها ٧٠ ، ٥٠ ، ٣٠ نيوتن

في  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  ،  $\vec{F}_3$  على الترتيب

فإن مجموع عزوم هذه القوى حول نقطة و = ..... نيوتن.سم.

$$\text{أ) } 3\sqrt{2} \times 6 \dots \quad \text{ب) } 3\sqrt{2} \times 6 \dots \quad \text{ج) } 3\sqrt{2} \times 6 \dots \quad \text{د) } 3\sqrt{2} \times 6 \dots$$

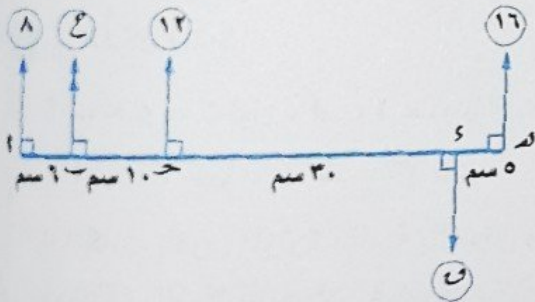


٣ في الشكل المقابل :

إذا كانت محصلة القوى الأربعة ٨ ، ١٢ ، ١٦ ، ٢٠ نيوتن

تؤثر عند نقطة ب

أوجد : قيمة و



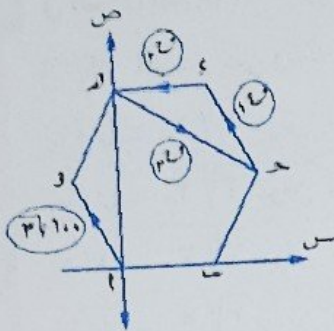
٤ أ ب ح د مربع طول ضلعه ٢٠ سم ، أثرت القوى التي مقاديرها ٦ ، ٧ ، ٦ ، ٧ نيوتن

في  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  ،  $\vec{F}_3$  ،  $\vec{F}_4$  على الترتيب. كما أثرت قوتان مقدار كل منهما  $2\sqrt{2}$  نيوتن عند أ ، حفي اتجاهي  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  على الترتيب

أوجد : ( أ ) معيار عزم الازدواج المحصل.

( ب ) مقدار واتجاه قوتين تؤثران عند ب ، و وتوازيان  $\vec{F}_1$  لكي تجعل المجموعة متزنة.





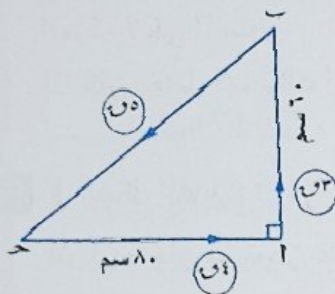
۱۰. (ب)

$$\sqrt{77} \dots \textcircled{i}$$

$$r.. - \sqrt{r} \sqrt{r..} \textcircled{\div}$$

7.. (3)

|| في الشكل المقابل :



- ۛ ۛۛ. ۛ

۷۴۸. (۱)

$$\frac{97 \dots}{2} \quad (3)$$

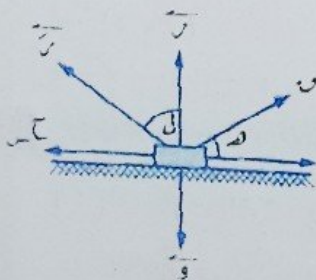
ۛ ۛۛ. (ج)

أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط :

(i)  $\overline{AP}$  قضيب منتظم وزنه (9) نيوتن ، طرفه 4 متصل بمفصل مثبت فى حائط رأسى ، وطرفه 3 متصل بخيط مربوط فى نقطة فى نفس المستوى الأفقى الذى يمر بالمفصل ، بحيث كان قياس زاوية ميل كل من القضيب والخيط على الأفقى يساوى  $30^\circ$ . أثبت أن مقدار رد فعل المفصل  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  و

(ب) قضيب منتظم يستند فى مستوى رأسى بطرفه العلوى على حائط رأسى أملس ، وبطرفه الأسفل على مستوى أفقى خشن ، معامل الاحتكاك السكونى بينهما  $\frac{1}{4}$  أوجد قياس زاوية ميل القضيب على الأفقى عندما يكون على وشك الانزلاق.

في الشكل المقابل :



$$\frac{\text{و مٹا ہ}}{\text{مال}} = \text{ر} \text{ (ب)}$$

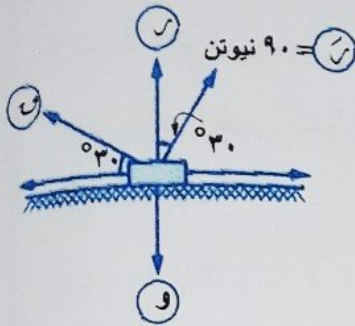
① ح = و عناء

① و = و ما لہ

$$\textcircled{ج} و = \frac{ص \text{ مئلا } (ه - ل)}{\text{مئلا}}$$



**4** في الشكل المقابل :



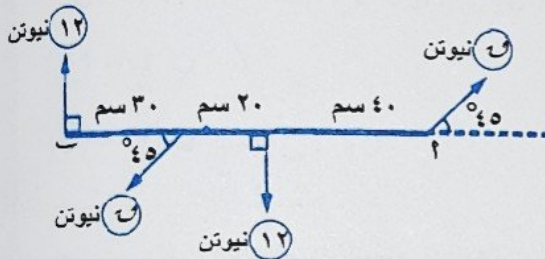
إذا كان الجسم على وشك الحركة فإن .....

- (ا)  $\sqrt{2}$  نیوتن ،  $\sqrt{45}$  نیوتن  
 (ب)  $\sqrt{2}$  نیوتن ،  $\sqrt{15}$  نیوتن  
 (ج)  $\sqrt{2}$  نیوتن ،  $\sqrt{60}$  نیوتن  
 (د)  $\sqrt{2}$  نیوتن ،  $\sqrt{6}$  نیوتن

جسم وزنه ٢٠ ث. كجم موضوع على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية جيب تمامها  $\frac{4}{5}$  جذب الجسم بواسطة قوة أفقية تقع فى المستوى الرأسى الذى يمر بخط أكبر ميل للمستوى ، فجعلت الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى.

إذا كان معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى يساوى  $\frac{1}{3}$  فأوجد مقدار قوة الشد.

## ١١ في الشكل المقابل :

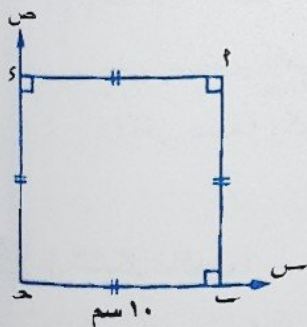


أثر ازدواجان مستویان علی قضیب خفیف ۹ طولہ ۹۰ سم  
**أوجد:** قيمة  $\mu$  التي تجعل القضيب مترنًا.

مركز ثقل جسيمين ماديين وزناهما 6 نيوتن عند (-10 ، صفر) ، 4 نيوتن عند (20 ، صفر) بالنسبة لنقطة الأصل هو .....

- (. ٤ .) ٤      (. ٢) ٥      (. ٥) ٦      (. ١٨) ٧

**١٢** مركز ثقل النظام الآتي :



الكتلة	٢٠ جم	٢٠ جم	١٠ جم	٤٠ جم
الموضع	٢	٣	٤	٥

هو .....

- $(0, 6) \textcircled{ب}$ 
 $(0, 0) \textcircled{ا}$   
 $(6, 6) \textcircled{د}$ 
 $(6, 0) \textcircled{ج}$

١٤ أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط :

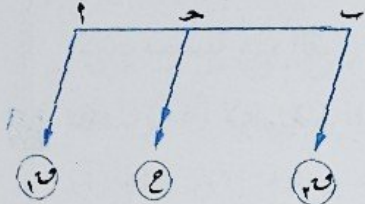
(أ) إذا أثرت القوة:  $\vec{u} = \vec{m} \vec{s} + \vec{e} \vec{v} - \vec{e} \vec{v}$  عند نقطة ٩ التي متجه موضعها بالنسبة لنقطة الأصل هو  $\vec{r} = (1, 2, 2)$  وكانت مركبة عزم القوة  $\vec{u}$  حول محور الصادات = ١٠ وحدة عزم. **أوجد:** قيمة  $m$  ، **ثم أوجد:** طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على خط عمل القوة  $\vec{u}$



(ب) القوة  $\vec{F} = \vec{M} - \vec{S} - \vec{O}$  تؤثر عند نقطة  $A(6, 2)$  إذا كان متجه عزمها حول نقطة  $B(8, 1)$  يساوى  $-2\vec{e}$

فأوجد: قيمة الثابت  $M$ ، ثم أوجد: طول العمود المرسوم من نقطة  $B$  على خط عمل القوة  $\vec{F}$

في الشكل المقابل:



$\vec{F}_1$ ،  $\vec{F}_2$ ،  $\vec{F}_3$  قوتان متوازيتان في نفس الاتجاه تؤثران عند  $A$ ،  $B$  على الترتيب، محصلتهما  $\vec{F}$  تؤثر عند نقطة  $C \Rightarrow \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$   
إذا كانت  $\vec{F}_1 = 6$  نيوتن،  $\vec{F}_2 = 24$  سم،  $\vec{F}_3 = 56$  سم

فإن:

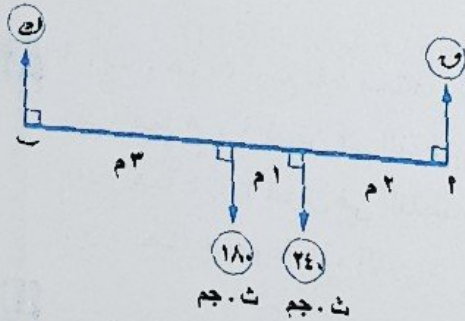
(ب)  $\vec{F}_1 = 24$  نيوتن،  $\vec{F}_2 = 22$  نيوتن.

(أ)  $\vec{F}_1 = 8$  نيوتن،  $\vec{F}_2 = 14$  نيوتن.

(د)  $\vec{F}_1 = 8$  نيوتن،  $\vec{F}_2 = 2$  نيوتن.

(ج)  $\vec{F}_1 = 22$  نيوتن،  $\vec{F}_2 = 38$  نيوتن.

في الشكل المقابل:



إذا كان  $\vec{F}$  قضييًّا خفيفًا مترنًا أفقيًّا

فإن:

(أ)  $\vec{F}_1 = 170$  ث.جم،  $\vec{F}_2 = 250$  ث.جم.

(ب)  $\vec{F}_1 = 240$  ث.جم،  $\vec{F}_2 = 180$  ث.جم.

(ج)  $\vec{F}_1 = 250$  ث.جم،  $\vec{F}_2 = 170$  ث.جم.

(د)  $\vec{F}_1 = 210$  ث.جم،  $\vec{F}_2 = 210$  ث.جم.

أ  $\vec{F}$  قضييب غير منتظم طوله ١٠٠ سم، يستند أفقيًّا على حاملين عند  $C$ ،  $D$  حيث:  $\vec{F}_1 = 20$  سم،  $\vec{F}_2 = 10$  سم، إذا كان أكبر وزن يمكن تعليقه عند  $A$  هو ٥ ث.كجم وأكبر وزن يمكن تعليقه عند  $B$  هو ٤ ث.كجم. أوجد: وزن القضييب وعين نقطة تأثيره.

صفحة رقيقة منتظمة الكثافة على شكل مثلث متساوي الأضلاع  $ABC$ ، الذي طول ضلعه  $12\sqrt{3}$  سم،  $M$  نقطة تلاقي متوسطاته. إذا فصل المثلث  $M$   $B$   $C$  فعين مركز ثقل الجزء المتبقى باعتبار  $B$   $C$  في اتجاه محور السينات الموجب، العمودي عليه عند  $B$  في اتجاه محور الصادات الموجب.

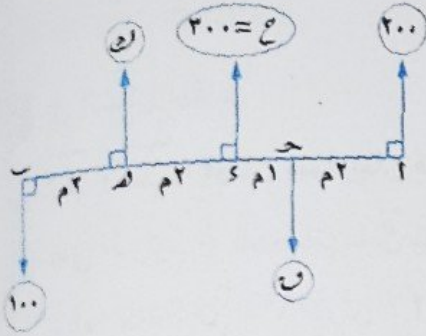


## دور أول ٢٠٢٠

٧

أجب عن الأسئلة التالية :

١ في الشكل المقابل :

إذا كانت جميع القوى متوازنة وعمودية على  $\overline{AB}$ وكانت محصلة هذه القوى  $\Sigma = 200$  نيوتنوتعمل رأسياً لأعلى فإن قيمة :  $\Sigma =$  ..... نيوتن.

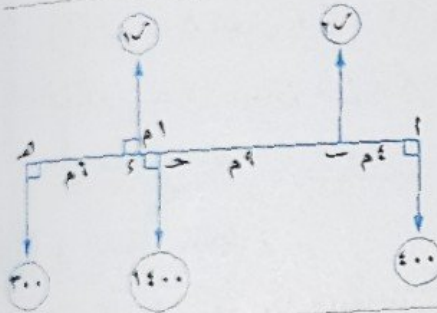
(ب) ٢٠٠

(أ) ١٠٠

(د) ٤٠٠

(ج) ٣٠٠

٢ في الشكل المقابل :

إذا كانت مجموعة القوى مترنة فإن :  $\Sigma =$  ..... نيوتن.

(ب) ١٠٥٠

(أ) ١٥٨٠

(د) ٥٢٠

(ج) ٧٠٠

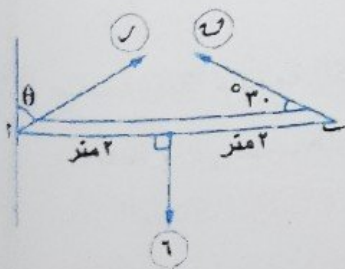
٣

٢ ، ب ، ح ، د أربع نقاط مختلفة على مستقيم واحد ، بحيث  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 30$  سم أثرت قوتان مقدارهما ٨ ، ٩ نيوتن في النقطتين ٢ ، د على الترتيب في اتجاه واحد عمودى على  $\overline{AB}$  ، كما أثرت قوتان مقدارهما ٤ ، ٧ نيوتن في النقطتين ب ، ح على الترتيب في اتجاه مضاد لاتجاه القوتين السابقتين ، عين محصلة مجموعة هذه القوى.

٤

٢ ب قضيب منتظم (وزنه يؤثر في منتصفه) ، وطوله ٨٠ سم يرتكز في وضع أفقى على حاملين عند طرفيه ، ويحمل ثقلين مقدار أحدهما ٥ نيوتن عند نقطة تبعد ٦٠ سم عن ٢ ، ومقدار الآخر ٢٠ نيوتن عند نقطة تبعد ٥ سم عن ب ، فإذا كانت قيمة رد الفعل عند ب مساوية ضعف قيمتها عند ٢ فأوجد : مقدار وزن القضيب ، وأيضاً مقدارى رد الفعل عند كل من ٢ ، ب

٥ في الشكل المقابل :



٢ ب قضيب منتظم طوله ٤ أمتار ووزنه ٦ ث.كجم يتصل بمفصل عند طرفه ٢ ، إذا أثرت عليه قوة ٦ عند طرفه ب كما هو موضح بالشكل فحفظته في وضع توازن أفقياً فإن :  $\Sigma =$  ..... ث.كجم.

(ب) ٣٢٦

(أ) ١٢

(د) ٣٢٢

(ج) ٦



إذا كانت القوتان :  $\vec{P} = 6\vec{s} - 2\vec{v}$  ،  $\vec{Q} = 3\vec{s} + 8\vec{v}$  تكونان ازدواجاً  
فإن :  $2 + 4 = \dots\dots\dots$

- (أ) ٢٤ (ب) صفر (ج) ٢٤ (د) ٤٨

أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط :

(أ) قضيب منتظم وزنه ٤ نيوتن يتصل طرفه ٢ بمفصل مثبت في حائط رأسي ، ويحمل عند طرفه ١ ثقلًا قدره ٢ نيوتن. حفظ القضيب في وضع يميل فيه على الأفقي لأعلى بزاوية قياسها  $30^\circ$  بواسطة حبل عمودي على القضيب ، يتصل أحد طرفيه بالطرف ١ للقضيب ، ويتصل طرفه الآخر بنقطة ح تقع رأسياً على الحائط أعلى ٢

أوجد : (١) مقدار الشد في الحبل. (٢) مقدار قوة رد فعل المفصل عند ٢

(ب) سلم منتظم وزنه (و) يرتكز بطرفه ٢ على أرض أفقية خشنة ، ويرتكز بطرفه ١ على حائط رأسي أملس ، أثرت على الطرف ٢ قوة أفقية و جعلت ذلك الطرف من السلم على وشك الحركة نحو الحائط ، فإذا كان السلم يميل على المستوى الأفقي بزاوية قياسها  $45^\circ$  ، وكان معامل الاحتكاك السكوني بين السلم والأرض الأفقية يساوي  $\frac{2}{3}$  فأوجد : مقدار و بدلالة وزن السلم (و)

إذا كانت :  $\vec{P} = 6\vec{s} - 8\vec{v}$  ،  $\vec{Q} = 8\vec{s} - 12\vec{v}$  تؤثر في نقطة الأصل ، فإن عزم القوة و حول النقطة ٢ (٢ ، ٥) يساوي .....

- (أ) ١٤ ع (ب) ١٤ - ع (ج) ٥٢ ع (د) ٥٢ - ع

إذا كانت  $\vec{P} // \vec{Q}$  ، وكانت محصلتهما  $\vec{R}$  ، بحيث كان :  $\vec{P} = 9\vec{s} - 12\vec{v}$

،  $\vec{R} = 2\vec{v} - \vec{Q}$  ، فإن :  $\vec{P} = \dots\dots\dots$

- (أ)  $9\vec{s} + 12\vec{v}$  (ب)  $18\vec{s} + 24\vec{v}$  (ج)  $2\vec{s} - 4\vec{v}$  (د)  $3\vec{s} + 4\vec{v}$

أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط :

(أ) إذا كان عزم القوة :  $\vec{P} = 2\vec{s} + 3\vec{v} - 6\vec{e}$  حول نقطة الأصل (د) هو

$\vec{R} = -5\vec{s} + 2\vec{v} - 6\vec{e}$  ، إذا كان خط عمل القوة يمر بنقطة (م ، ٢ ، ١٧)

أوجد : قيمة كل من م ، وكذلك أوجد : طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على خط عمل القوة.

(ب) أ ب ح د شبه منحرف قائم الزاوية في ب ،  $\vec{A} // \vec{D}$  ،  $\vec{A} = 8\text{ سم}$  ،  $\vec{B} = 15\text{ سم}$

،  $\vec{C} = 9\text{ سم}$  ، أثرت قوى مقاديرها و ، ٤٤ ، ٦٨ ث.جم في ٢ ، ٤ ، ١ ح على الترتيب.

إذا كان خط عمل محصلة مجموعة القوى يمر بنقطة ب فأوجد : قيمة و



١١ جسم وزنه ٢٠ ث. كجم موضوع على مستوى أفقى خشن ، فإذا كان قياس زاوية الاحتكاك بين الجسم والمستوى ٣٠° ، فإن مقدار القوة الأفقية التى تجعل الجسم على وشك الحركة يساوى ..... ث. كجم

(أ) ٢٠ √٣ (ب) ١٠ √٣ (ج) ٢٠ (د) ١٠

٢٢ إذا وضع جسم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  ، وكان على وشك الانزلاق تحت تأثير وزنه فقط ، فإن معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوى يساوي .....

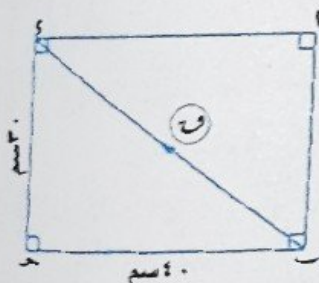
(أ)  $\frac{1}{2}$       (ب)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       (ج)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       (د)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

١٣ وضع جسم وزنه ٦٠ نيوتن على مستوى يميل على الأفقى بزاوية ظلها  $\frac{12}{5}$  ومعامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى يساوى  $\frac{2}{3}$  أوجد : مقدار القوة الأفقية التى تؤثر فى الجسم والواقعة فى المستوى الرأسى المار بخط أكبر ميل للمستوى وتمنع الجسم من الانزلاق.

١٤ قضيب طوله ٤٠ سم ، ووزنه ٢,٤ ث.كجم يؤثر عند منتصفه ، يمكنه الدوران بسهولة فى مستوى رأسى حول مفصل ثابت عند أحد طرفيه ، أثر على القضيب ازدواج معيار عزمه ٢٤ ث.كجم.سم ، واتجاهه عمودى على المستوى الرأسى الذى يمكن للقضيب الدوران فيه .  
عين مقدار واتجاه رد فعل المفصل ، وزاوية ميل القضيب على الرأسى فى وضع الاتزان .

**١٥** في الشكل المقابل :

إذا كان :  $u = 25$  دأين فأن القياس الجبري لعزم القوة  $\overline{u}$  حول النقطة  $A$  يساوي ..... دأين.سم.



٦٠٠ (ب)      ٦٠٠ (١)

١٠٠٠ (ج)      ٧٥٠ (ج)

إذا كان :  $\overline{ق} = \overline{س} - \overline{ص}$  ،  $\overline{ق} = (٢، ١-)$  ، عزم  $\overline{ق}$  حول  $\overline{م}$  هو  $\overline{ع} = ٩$  ، عزم  $\overline{ق}$  حول  $\overline{م}$  هو  $\overline{ع} = ٩$  فإن إحداثيات النقطة  $\overline{م}$  يمكن أن يمثلها جميع الأزواج المرتبة الآتية ما عدا

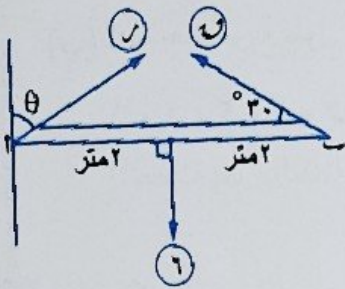
(١) (٢- ، ٥) (ب) (٠ ، ٢) (ج) (٤ ، ١-) (د) (٤- ، ٨)

١٧ قوتان متوازيتان أصغرهما مقدارها ٣٠ داین ، وتؤثر في الطرف ٢ من قضيب خفيف ٢ ب ، والكبرى تؤثر في الطرف الآخر ب ، فإذا كان مقدار محصلتهما ١٠ داین ، ويبعد خط عملها عن الطرف ب بمقدار ٩٠ سم. فأوجد : طول القضيب.

**١٨** أ- حد مستطيل فيه :  $a = 20$  سم ،  $b = 40$  سم  
، أثرت قوى مقاديرها ١ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٥ ثجم في  $A$  ،  $B$  ،  $C$  ،  $D$  ،  $E$  ،  
على الترتيب. **أثبت أن:** هذه المجموعة تكافئ ازدواجًا **وَأوجد:** معيار عزمه.



## أجب عن الأسئلة التالية :



١- قضيب منتظم طوله ٤ أمتار ، ووزنه ٦ ث.كجم يتصل بمفصل عند طرفه ٢ إذا أثرت عليه قوة ٤ عند طرفه ٤ كما هو موضح بالشكل فحفظته في وضع اتزان أفقياً فإن :  $\theta = \dots\dots\dots^\circ$

ب) ٦٠

أ) ٣٠

د) ٤٥

ج) ١٥

٢- إذا كانت القوتان :  $\vec{F}_1 = 4\vec{s} + 4\vec{v} + 5\vec{e}$  ،  $\vec{F}_2 = 3\vec{s} - 8\vec{v} + 6\vec{e}$  نكوّنان ازدواجاً فإن :  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \dots\dots\dots$

د) ١-

ج) ٩-

ب) ٣

أ) ٤

## أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط :

(أ) قضيب منتظم وزنه ٤ نيوتن يتصل طرفه ٢ بمفصل مثبت في حائط رأسي ، ويحمل عند طرفه ٤ ثقل قدره ٢ نيوتن. حفظ القضيب في وضع يميل فيه على الأفقى لأعلى بزاوية قياسها  $30^\circ$  بواسطة حبل مساوٍ للقضيب في الطول ، يتصل أحد طرفيه بالطرف ٤ للقضيب ، ويتصل طرفه الآخر بنقطة ح على الحائط التي تقع رأسياً أعلى ٢

٢) مقدار رد فعل المفصل عند ٢

أوجد : ١) مقدار الشد في الحبل.

(ب) سلم منتظم طوله ٦ أمتار ووزنه ١٠ ث.كجم يستند بأحد طرفيه على حائط رأسي أملس ، ويرتكز بطرفه الآخر على أرض أفقية خشنة ، ومعامل الاحتكاك السكوني بين الأرض والسلم يساوي  $\frac{1}{3}$  أثبت أن : السلم في حالة الاتزان النهائي يميل على الرأسى بزاوية قياسها  $45^\circ$ .

٤- إذا كانت  $\vec{F}_1 = 3\vec{s} - 5\vec{v}$  تؤثر في النقطة :  $(6, -2)$

فإن عزم  $\vec{F}_1$  حول نقطة الأصل =  $\dots\dots\dots$ 

د) ٢٤- ع

ج) ٢٤ ع

ب) ٢٨- ع

أ) ٢٨ ع

٥- إذا كان :  $\vec{F}_1 // \vec{F}_2$  ،  $\vec{F}_1 = 6\vec{s} - 10\vec{v}$  ،  $\vec{F}_2 = 2\vec{s} - 4\vec{v}$  فإن محصلتهما  $\vec{F} = \dots\dots\dots$

ب)  $12\vec{s} + 20\vec{v}$ أ)  $12\vec{s} - 20\vec{v}$ د)  $6\vec{s} - 10\vec{v}$ ج)  $6\vec{s} - 10\vec{v}$



٦ أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط :

(١) إذا كانت  $\vec{u} = 2\vec{s} + \vec{l} - \vec{g}$  تؤثر في النقطة  $P(4, -2, 0)$  وكان عزم  $\vec{u}$

حول نقطة الأصل يساوى :  $2\vec{s} + 4\vec{v} + 16\vec{g}$  فأوجد : قيمة  $l$

(ب)  $P(4, 2, 1)$  مربع طول ضلعه  $60$  سم ،  $h = 3\vec{b} + \vec{c}$  حيث :  $b = 10$  سم أثرت قوى مقاديرها

$1, 2, 3, 4$  نيوتن في  $A, B, C, D$  ،  $h$  على الترتيب. إذا كان خط عمل

المحصلة يمر بالنقطة  $h$  أوجد : قيمة  $u$

٧ إذا ارتكز جسم وزنه  $50$  نيوتن على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية ظلها  $\frac{3}{4}$  وكان مقدار أقل قوة تعمل في اتجاه المستوى لأعلى وتحفظ توازن الجسم يساوى  $20$  نيوتن ، فإن معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى يساوى .....

(د)  $\frac{1}{4}$

(ج)  $\frac{3}{4}$

(ب)  $\frac{1}{2}$

(أ)  $\frac{4}{5}$

٨ جسم كتلته  $4$  كجم موضوع على مستوى أفقى خشن ، معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى  $= 0.8$  ، إذا أثرت قوة أفقية مقدارها  $19$  نيوتن على الجسم ، فإن مقدار قوة الاحتكاك يساوى ..... نيوتن.

(د)  $9.8$

(ج)  $19$

(ب)  $18$

(أ)  $21.26$

٩ وضع جسم مقدار وزنه  $30$  نيوتن على مستوى مائل خشن ، لوحظ أن الجسم يكون على وشك الانزلاق إذا كان المستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  ، فإذا زيد ميل المستوى إلى  $60^\circ$  فأوجد : مقدار القوة التى تؤثر في الجسم موازية لخط أكبر ميل للمستوى ، وتجعله على وشك الحركة إلى أعلى المستوى.

١٠  $P(4, 2, 1)$  صفيحة رقيقة على شكل مربع طول ضلعه  $50$  سم. ووزنها  $200$  ث.جم يؤثر عند مركز المربع ، علقت الصفيحة من ثقب صغير بالقرب من الرأس  $P$  فى مسمار أفقى بحيث يكون مستواها رأسياً. أثر على الصفيحة فى مستواها ازدواج القياس الجبرى لعزمه يساوى  $700$  ث.جم.سم. أوجد : قياس زاوية ميل القطر  $AP$  على الرأسى فى وضع التوازن.

١١ فى الشكل المقابل :

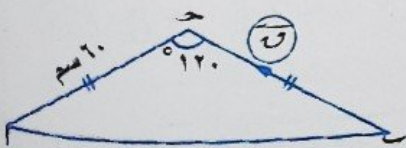
إذا كان :  $u = 20$  داین فإن القياس الجبرى لعزم القوى  $\vec{u}$  حول نقطة  $P$  يساوى ..... داین.سم.

(أ)  $1200$

(ج)  $3\sqrt{600}$

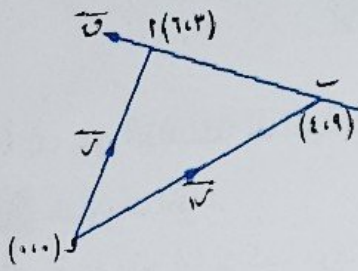
(ب)  $600$

(د)  $3\sqrt{600}$





## ١٢ في الشكل المقابل :



إذا كان :  $\vec{r}$  (٦ ، ٢) ،  $\vec{s}$  (٤ ، ٩) نقطتان على خط عمل القوة  $\vec{q}$  ،  $\vec{r}$  هو متجه موضع النقطة ٢ ،  $\vec{s}$  هو متجه موضع النقطة ١ فإن جميع العبارات الآتية صحيحة ما عدا .....

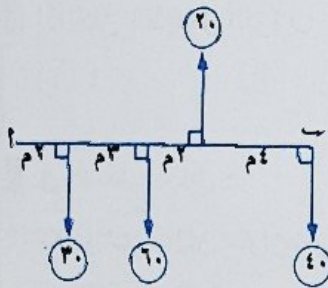
١  $\vec{q} \times (6, 2) = \vec{0}$       ٢  $\vec{q} \times (\vec{r} + \vec{s}) = \vec{0}$

٣  $\vec{q} \times (4, 9) = \vec{0}$       ٤  $\vec{q} \times (\vec{r} + \vec{s}) = \vec{0}$

١٣  $\vec{r}$  ،  $\vec{s}$  قوتان متوازيتان ومتضادتان في الاتجاه تؤثران في النقطتين ٢ ، ١ على الترتيب حيث  $\vec{r} = 12,5$  سم. فإذا كان :  $\vec{q} = 80$  داين ،  $\vec{s} = 30$  داين **فأوجد** : محصلة هاتين القوتين.

١٤  $\vec{r}$  حرك مستطيل فيه :  $\vec{r} = 30$  سم ،  $\vec{s} = 40$  سم ، أثرت القوى التي مقاديرها ١٥ ، ٢٠ ، ١٥ ، ٢٠ ث. جم في  $\vec{r}$  ،  $\vec{s}$  ،  $\vec{r}$  ،  $\vec{s}$  على الترتيب. **أثبت أن** : هذه المجموعة تكافئ ازدواجاً **وأوجد** : عزمه ثم **أوجد** : قوتين تؤثران في ٢ ، ح عموديتين  $\vec{r}$  ، بحيث تتزن المجموعة.

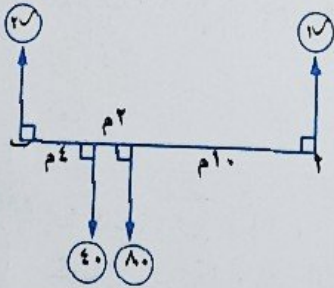
## ١٥ في الشكل المقابل :



إذا كانت جميع القوى متوازية وعمودية على  $\vec{r}$  فإن بُعد نقطة تأثير المحصلة عن نقطة ٢ يساوي ..... متر.

- ١ ٧      ٢ ٥  
٣ ٦      ٤ ٥,٥

## ١٦ في الشكل المقابل :



إذا كانت مجموعة القوى متزنة

فإن :  $\vec{r} =$  ..... نيوتن.

- ١ ٢٠      ٢ ٤٠  
٣ ٦٠      ٤ ٨٠

١٧ قضيب  $\vec{r}$  طوله ٨٠ سم ووزنه ٢٠ نيوتن يؤثر عند نقطة منتصفه يرتكز في وضع أفقي على حاملين أحدهما يبعد ٢٠ سم عن ١ والآخر يبعد ١٠ سم عن ٢ **أوجد** : مقدار الضغط الواقع على كل من الحاملين.

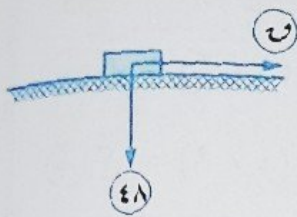
ما هو مقدار الثقل الذي يجب تعليقه من الطرف ٢ حتى يكون القضيب على وشك الدوران ؟ وما هي قيمة الضغط على الحامل الأقرب لنقطة ٢ عندئذ ؟

١٨ ثلاث قوى رأسية ومتوازية ومتحدة الاتجاه مقاديرها ١٠ ، ١٤ ، ١٨ نيوتن تؤثر عند النقط ١ ، ٢ ، ح على الترتيب ، حيث  $\vec{r} = 60$  سم ،  $\vec{s} = 80$  سم. عين محصلة القوى الثلاثة.



## أجب عن الأسئلة التالية :

في الشكل المقابل :



جسم وزنه ٤٨ ث.كجم موضوع على مستوى أفقى خشن ، أثرت على الجسم قوة أفقية مقدارها ٤ ث.كجم ، فإذا كان معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى يساوى  $\frac{1}{3}$  ، فإن النسبة بين قوة الاحتكاك عندئذ والقيمة النهائية لقوة الاحتكاك = .....

٨ (د)

 $\frac{2}{3}$  (ج) $\frac{1}{12}$  (ب) $\frac{1}{8}$  (ا)

٢ وضع جسم وزنه ١٠ نيوتن على مستوى أفقى خشن ، وكان معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى  $= \frac{1}{5}$  ، فإذا شد الجسم بقوة أفقية ، فإن مقدار قوة الاحتكاك السكونى  $\Rightarrow$  .....

[٥√٢، ٠] (د)

[٥√٢، ٠] (ج)

[٥√٢، ٠] (ب)

[٥√٢، ٠] (ا)

٣ إذا كان خط عمل القوة  $\vec{F} = \vec{L} \sin \theta + \vec{H} \cos \theta$  يمر بالنقطتين ٢ (٣، ٢) ، ٣ (٥، ٤) فإن  $L =$  .....

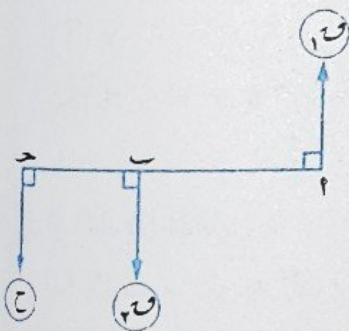
٢ (د)

٣ (ج)

٥ (ب)

٤ (ا)

في الشكل المقابل :



٤  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  قوتان متوازيتان تؤثران فى النقطتين ٢ ، ٣ وتؤثر المحصلة فى نقطة ح  $\Rightarrow$  ٢ ، فإذا كان  $\vec{F}_1 : \vec{F}_2 = 4 : 3$  ، ومعيار المحصلة = ٢٠ ث.جم ، فإن :  $\vec{F}_1 : \vec{F}_2 =$  ..... ث.كجم.

٢٠ (ب)

٣٥ (ا)

١٥ (د)

٢٥ (ج)

٥ إذا كانت :  $\vec{F} = (٢، ١-)$  تؤثر فى نقطة ٢ (١، ٢) ،  $\vec{F}_1$  تؤثر فى نقطة ٣ (١-، ١) وكانت  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  تكونان ازدواجاً ، فإن القياس الجبرى لعزم الازدواج = ..... وحدة عزم.

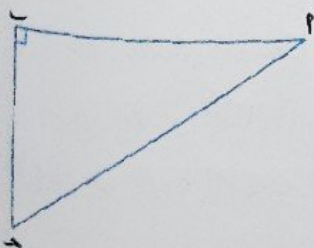
٢- (د)

٥- (ج)

٢ (ب)

٥ (ا)

في الشكل المقابل :



٦ صفيحة رقيقة منتظمة السُمك والكثافة على هيئة مثلث قائم الزاوية فى  $\vec{F}$  ، وزنها ٢٠ ث.كجم ،  $\vec{F}_1 = ٩$  سم ،  $\vec{F}_2 = ٦$  سم ، عُلقت من ثقب صغير بالقرب من الرأس  $\vec{F}$  بواسطة مسمار ، وأثر عليها ازدواج فى مستواها جعلها تتزن فى وضع يجعل  $\vec{F}_1$  أفقياً ، فإن القياس الجبرى لعزم الازدواج = ..... ث.كجم.سم

٩٠ (د)

١٣٥- (ج)

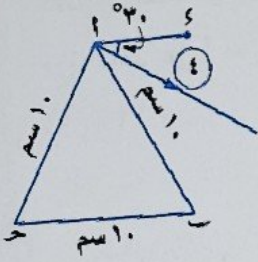
٩٠- (ب)

١٣٥ (ا)



## ٧ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ١٠ سم. أثرت قوة  $\vec{F}$  التي مقدارها ٤ نيوتن في نقطة أ وتصنع مع  $\vec{AB}$  زاوية قياسها  $30^\circ$  ، فإن القياس الجبري لعزم  $\vec{F}$  حول نقطة ب = ..... نيوتن.سم



٢٠ (أ)

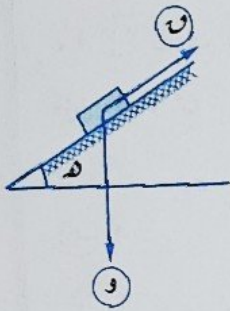
٢٠- (ب)

٤٠ (ج)

٤٠- (د)

## ٨ في الشكل المقابل :

وضع جسم وزنه (٩) نيوتن على مستوى مائل خشن ، يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $30^\circ$  ، وأثرت على الجسم قوة  $\vec{F}$  تعمل في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى ، فأصبح الجسم على وشك الحركة لأعلى فإذا كان قياس زاوية الاحتكاك  $30^\circ$  ، فإن مقدار قوة رد الفعل المحصل  $\vec{R}$  = ..... نيوتن.



١٠ و ما هـ (أ)

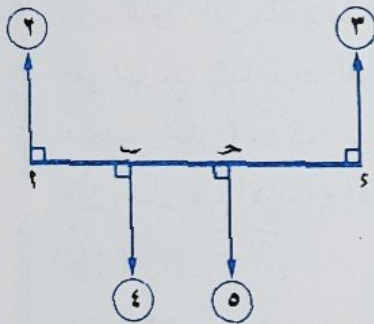
(ب) و ما هـ

(ج) و طاه

(د) و

## ٩ في الشكل المقابل :

القوى التي مقاديرها ٢ ، ٤ ، ٥ ، ٣ نيوتن تؤثر عند النقط ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ على الترتيب حيث  $\vec{F}_1 = 4$  سم ،  $\vec{F}_2 = 2$  سم ،  $\vec{F}_3 = 3$  سم ، فإذا كانت محصلة هذه المجموعة تؤثر في نقطة م  $\vec{F}_4 = 5$  ، فإن م = ..... سم



٣ (أ)

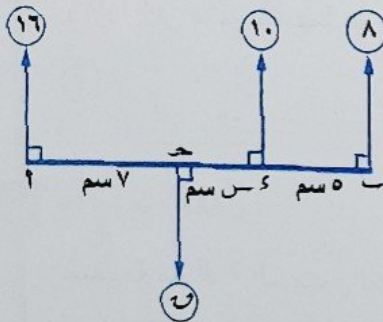
(ب) ٧

(د) ٣,٥

(ج) ٤

## ١٠ في الشكل المقابل :

أ ب قضيب مهمل الوزن متزن في وضع أفقى تحت تأثير القوى الموضحة بالرسم ، حيث القوى مقدرة بوحدة النيوتن ، فإن س = ..... سم



٨ (أ)

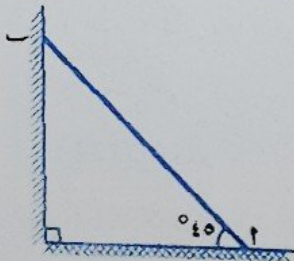
(ب) ٥

(د) ٤

(ج) ٧

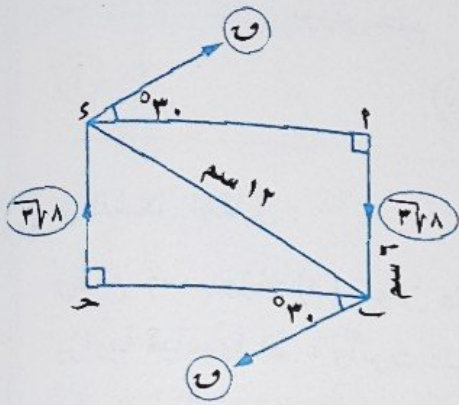
## ١١ في الشكل المقابل :

أ ب سلم غير منتظم طوله ٤ م ، وزنه ٢٠٠ نيوتن. يستند بطرفه أ على أرض أفقية خشنة ، معامل الاحتكاك السكوني بينهما  $\frac{2}{3}$  ، ويستند بطرفه ب على حائط رأسى أملس. إذا كان السلم على وشك



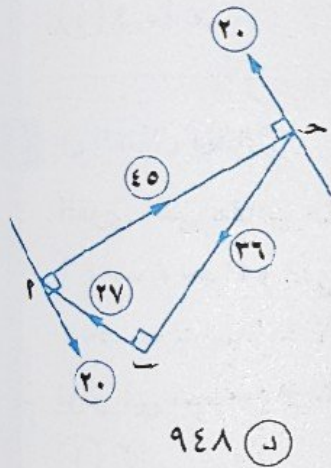


الانزلاق عندما يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $40^\circ$  ، فإن نقطة تأثير وزنه تبعد عن  $\Gamma$  مسافة ..... سم  
 (أ) ١٢٠ (ب) ٢٠٠ (ج) ٢٤٠ (د) ١٠٠



١٢ في الشكل المقابل :

أ ح د مستطيل فيه :  $\Gamma\Gamma = 6$  سم ،  $\Gamma\Gamma = 12$  سم. أثرت القوى الموضحة بالشكل. فإذا كان الازدواج الناتج من القوتين  $328$  ،  $328$  ثجم يكافئ الازدواج الناتج من القوتين  $\Gamma$  ،  $\Gamma$  ثجم فإن مقدار  $\Gamma =$  ..... ثجم.  
 (أ) ٨ (ب)  $328$  (ج) ٤ (د)  $328$

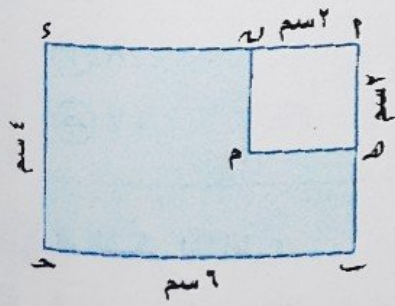


١٣ في الشكل المقابل :

أ ح د مثلث قائم الزاوية في  $\Gamma$  ، فيه :  $\Gamma\Gamma = 9$  سم ،  $\Gamma\Gamma = 12$  سم. أثرت القوى التي مقاديرها  $27$  ،  $45$  ،  $36$  نيوتن في  $\Gamma$  ،  $\Gamma$  ،  $\Gamma$  على الترتيب. كما أثرت القوتان مقدارهما  $20$  ،  $20$  نيوتن عند  $\Gamma$  ،  $\Gamma$  عموديتان على  $\Gamma\Gamma$  كما في الشكل ، فإذا كانت المجموعة تكافئ ازدواجًا. فإن معيار عزم الازدواج المحصل = ..... نيوتن.سم  
 (أ) ٢٤ (ب) ٦٢٤ (ج) ٤٨ (د) ٩٤٨

١٤ وضعت الكتلتان (أ) كيلو جرامًا ، ١٤ كيلو جرامًا عند النقطتين  $\Gamma$  ،  $\Gamma$  على الترتيب ، حيث  $\Gamma\Gamma = 20$  مترًا ، فإذا كان مركز ثقلهما هو نقطة  $\Gamma \in \Gamma\Gamma$  ، حيث  $\Gamma\Gamma = 6$  أمتار ، فإن : ..... كيلو جرام.  
 (أ) ٧ (ب) ٨ (ج) ١٤ (د) ٦

١٥ في الشكل المقابل :

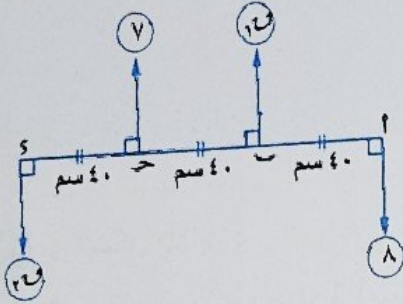


صفحة منتظمة السمك والكثافة على شكل مستطيل أ ح د بعدها  $6$  سم ،  $4$  سم قطع منها المربع أ ح د م الذي طول ضلعه  $2$  سم ، فإن بعدا مركز ثقل الجزء المتبقى عن كل من  $\Gamma$  ،  $\Gamma$  على الترتيب هو .....  
 (أ)  $2.6$  سم ،  $2.4$  سم (ب)  $2.6$  سم ،  $1.8$  سم (ج)  $1.8$  سم ،  $2.6$  سم (د)  $2.4$  سم ،  $2.6$  سم



إذا كانت :  $\vec{v} = \vec{s} - \vec{v} - \vec{v} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{v} + \vec{v} + \vec{v}$  تؤثر في نقطة ب التي تقع على محور  $\vec{v}$  ، وكان معيار عزم  $\vec{v}$  حول نقطة الأصل  $85\sqrt{2}$  وحدة عزم ، فإن الإحداثي الصادي لنقطة ب = .....  
 (أ)  $2,5 \pm$  (ب)  $3\sqrt{2} \pm$  (ج)  $5\sqrt{2} \pm$  (د)  $5 \pm$

١٧ في الشكل المقابل :



١، ب، ج، د أربع نقاط تنتمي لمستقيم أفقي واحد  
 ٢، ب = ج = د = ح = ٤٠ سم. أثرت القوى المتوازية ٨، ٧، ١٢، نيوتن ، فإذا كانت محصلة هذه القوى ٦ نيوتن وتعمل لأسفل عند نقطة م (حيث م منتصف ٤٠) ،  
 فإن :  $\vec{v} + \vec{v} = \dots$  نيوتن.

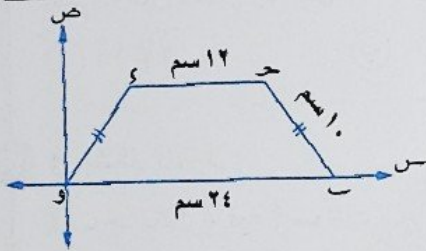
(أ) ١٦

(ب) ١٣

(ج) ١٠

(د) ١٢

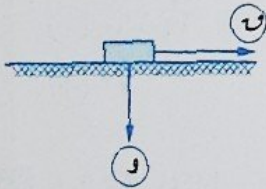
١٨ في الشكل المقابل :



سلك معدني منتظم السمك والكثافة على شكل شبه منحرف و ب ح د حيث ح د // ب و ، د = ب = ح = ١٠ سم ، ح د = ١٢ سم ، و ب = ٢٤ سم ، فإن إحداثي مركز ثقل السلك هو .....

(أ)  $(10, \frac{22}{7})$ (ب)  $(\frac{22}{7}, 10)$ (ج)  $(12, \frac{22}{7})$ (د)  $(\frac{22}{7}, 12)$ 

١٩ في الشكل المقابل :



جسم وزنه (و) نيوتن موضوع على مستوى أفقي خشن ، أثرت على الجسم قوة أفقية مقدارها ١٢ نيوتن حاولت تحريك الجسم ، فإذا كان مقدار رد الفعل المحصل بالنيوتن  $\in [6, 12]$  ، فإن قياس زاوية الاحتكاك = .....°

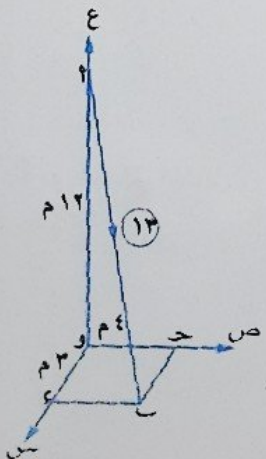
(أ) ٤٥

(ب) ٦٠

(ج) ٣٠

(د) ١٥

٢٠ في الشكل المقابل :



سارية علم ارتفاعها ١٢ م ، يُراد شدّها بقوة مقدارها ١٢ نيوتن ، تعمل في ٢ ، فإن متجه عزم القوة  $\vec{v}$  حول نقطة الأصل = .....

(أ)  $48\sqrt{3} - 36\sqrt{3}$ (ب)  $48 - 36\sqrt{3}$ (ج)  $48\sqrt{3} + 36\sqrt{3}$ (د)  $48 - 36\sqrt{3}$



٢١ في الشكل المقابل :

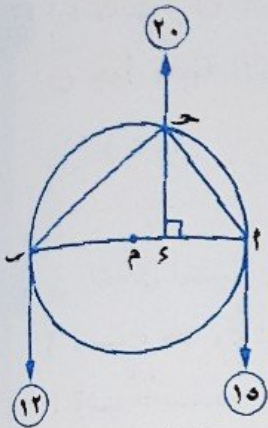
في الشكل المقابل :  
تؤثر القوى المستوية المتوازية ٢٠ ، ١٥ ، ١٢ نيوتن في النقطة ح ، ٢ ، ١ على  
الترتيب. فإذا كانت خطوط عمل القوى عمودية على القطر أب في الدائرة م ،  
١ ح = ٦ سم ، ح ب = ٨ سم ، فإن القياس الجبري لعزوم القوى حول مركز  
الدائرة م = ..... نيوتن.سم.

٥٣

82-①

15- (j)

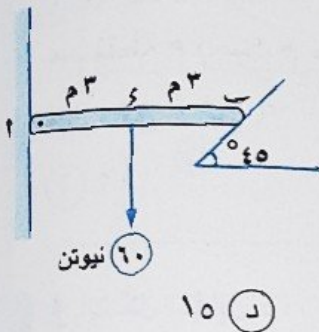
15 (2)



❧ في الشكل المقابل :

١- قضيب منقطع طوله ٦ أمتار ووزنه ٦٠ نيوتن يتصل عند طرفه أ بمفصل مثبت في حائط رأسي ، يستند بطرفه ب على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها  $45^\circ$  ، فإذا اترن القضيب في وضع أفقى ، فإن مقدار رد فعل المفصل = ..... نيوتن.

۲. ⑦

$$\sqrt{r} \cdot r \cdot \odot$$
 $\sqrt{10} \text{ (i)}$ 

٢٢ في الشكل المقابل :

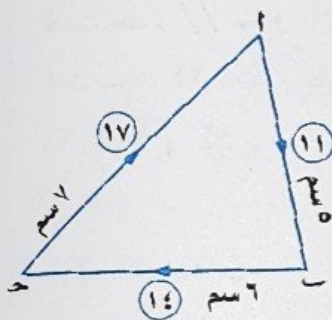
١ ح مثلك ، فيه ١ = ٥ سم ، ١ ح = ٦ سم ، ١ ح = ٧ سم ،  
القوى الموضحة بالشكل مُقاسة بالنيوتن ، فإذا أُضيفت قوة مقدارها  
٣ نيوتن إلى كل قوة حتى أصبحت المجموعة تكافئ ازدواجًا ، فإن  
القياس الجبري لعزم الازدواج = ..... نيوتن.سم.

٦٧٢٦ (ب)

۷۲- (۵)

7/57-①

۷۲ (ج)



٢٤ في الشكل المقابل :

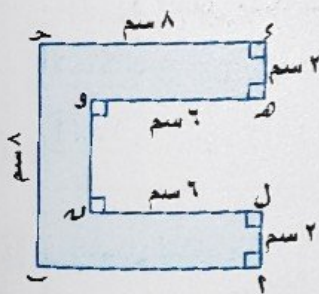
صفيحة منتظمة السمك والكثافة ،  $\rho = \sigma = \gamma = \delta = 8$  سم ،  
 $l = n = 9$  سم ،  $u = 6$  سم ،  $u = 2$  سم ، فإن بعداً مركز ثقل  
 الصفيحة عن كل من  $\sigma$  ،  $\gamma$  ،  $\delta$  هو .....

① ۲.۴ سم، ۲ سم

ج ٤، ٢ سم، ٤ سم

(ب) ۴ سم ، ۳ سم

⑤ ۳ سم ، ۴ سم



**٢٥** في الشكل المقابل :

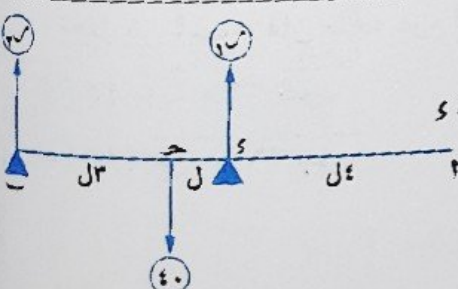
اس ساق غیر منتظم ، وزنه ۴۰ گرام برتکر علی حاملین عند س ،  
فاترن اُمقیاً ، فإن :  $m_1 - m_2 = \dots$  گرام .

२. (i)

٢٥ (ج)

1. (y)

2. (J)





الإجابات



## اجابات اختبار على الوحدة الاولى

(ب) ٦

الحل :

$$\begin{aligned} \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \\ \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \\ \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \\ \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \end{aligned}$$

(١) ٦

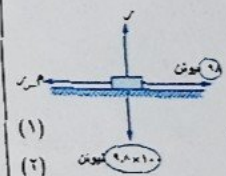
الحل :

$$\begin{aligned} \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \\ \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \end{aligned}$$

(ج) ٦

(د) ٦

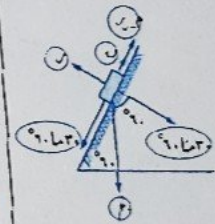
الحل :



$$\begin{aligned} \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \\ \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \end{aligned}$$

(ب) ٦

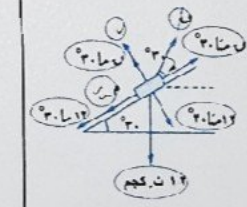
الحل :



$$\begin{aligned} \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \\ \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \end{aligned}$$

(ب) ٦

الحل :

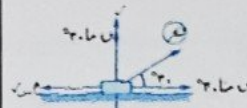


$$\begin{aligned} \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \\ \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \end{aligned}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

(د) ٦

الحل :



$$\begin{aligned} \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \\ \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \end{aligned}$$

(د) ٦

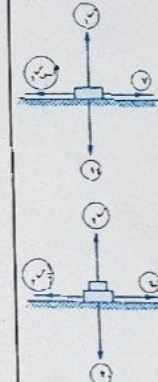
الحل :

$$\begin{aligned} \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \\ \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \end{aligned}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

(ب) ٦

الحل :

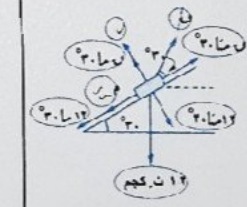


$$\begin{aligned} \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \\ \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \end{aligned}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

(ب) ٦

الحل :



$$\begin{aligned} \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \\ \text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م} \end{aligned}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

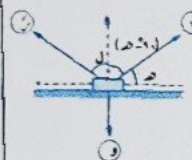
$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

(١) ٦

الحل :

الجسم متزن تحت تأثير ثلاث قوى هي :  $\vec{F}_1$  ،  $\vec{F}_2$  ، و  $\vec{F}_3$  حيث  $\vec{F}_3$  هو محصلة رد الفعل العمودي  $\vec{F}_1$  ، قوة الاحتكاك النهائي  $\vec{F}_2$  ، والجسم على وشك الحركة وباستخدام قاعدة لامي :



$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

(ب) ٦

الحل :

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

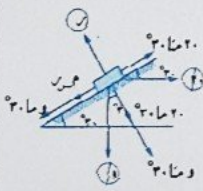
$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

(١) ٦

الحل :



$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

(ج) ٦

الحل :



$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

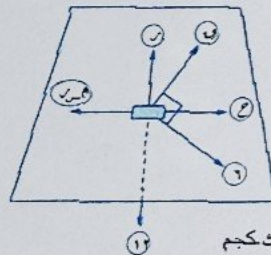
$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

(د) ٦

الحل :



$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

(١) ٦

الحل :

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{م} = \text{م} = \text{م}$$



$$\sqrt{2} \varepsilon + \frac{1}{\sqrt{2} \cdot 3} + \frac{\sqrt{2} \varepsilon}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2} \varepsilon + \frac{\sqrt{2} \varepsilon}{2} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot 3} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{2} \cdot 16}{2} =$$

$$\frac{\sqrt{2} \cdot 16}{2} = \frac{2}{\sqrt{2} \cdot 3} \therefore$$

$$\therefore \frac{\sqrt{2} \cdot 16}{2} \times \frac{\sqrt{2} \cdot 16}{2} = 16 \text{ ث. كجم}$$

(١) ٢٠

(١) ٢١

الحل :

معادلتا الاتزان :

$$r = w \text{ و } \text{مناه} \quad (١)$$

$$w = \text{و } \text{مناه} + \text{م } r \quad (٢)$$

بالتعويض من (١) في (٢)

$$\therefore w = \text{و } \text{مناه} + \text{م } r \times \text{و } \text{مناه}$$

$$\therefore 1 = \text{مناه} + \text{م } r \text{ مناه بالقسمة على مناه}$$

$$\therefore \frac{1}{\text{مناه}} = \text{مناه} + \text{م } r \therefore \text{مناه} = \text{مناه} + \text{م } r$$

(١) ٢٢

(ج) ٢٣

الحل :

$$\text{م } r = \text{مناه} = \frac{7}{8} = \frac{7}{4}$$

(١) ٢٤

الحل :

معادلتا الاتزان :

$$r = 4 \text{ مناه} \quad (١)$$

$$\therefore r = 2\sqrt{2} \text{ ث. كجم}$$

$$w = \frac{1}{4} r + 4 \text{ مناه}$$

$$\therefore w = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \times \frac{1}{4} = 2\sqrt{2} \text{ ث. كجم}$$

(ج) ٢٥

$$\therefore r = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$$

$$\therefore r = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$$

$$\therefore r = 2\sqrt{2} \text{ ث. كجم}$$

(ب) ١٦

الحل :

الجسم على وشك الانزلاق

تحت تأثير وزنه فقط

$$\therefore \text{م } r = \text{مناه} = 30^\circ$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} =$$

معادلتا الاتزان :

$$r = 10 \text{ مناه} = 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 10 = 3\sqrt{2} \text{ ث. كجم}$$

$$w = \text{م } r + 10 \text{ مناه} = 30^\circ$$

$$\therefore w = 3\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} + 10 = 10 \text{ ث. كجم}$$

(د) ١٧

الحل :

$$\text{م } r = (90^\circ - \theta) \text{ مناه}$$

(ج) ١٨

الحل :

$$\therefore r = \text{م } r$$

$$\therefore r = \left[ \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \right] \therefore r = 10$$

(ب) ١٩

الحل :

أكبر قوة أفقية تجعل الجسم على

وشك الحركة لأعلى :

$$\therefore w \text{ مناه} = 40^\circ$$

$$r = 8 \text{ مناه} + 40^\circ$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{4} r + 40^\circ$$

$$r = 8 \text{ مناه} + 40^\circ$$

$$\therefore r = 40^\circ + \frac{1}{\sqrt{2}}$$

بالتعويض من (٢) في (١) :

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{4} \left( 40^\circ + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + 40^\circ$$



١ (ج)

الحل :

مركبة عزم  $\vec{C}$  حول محور  $E = S \cos \theta - V \sin \theta$   
 $0 = 2 \times 1 - (3-) \times 1 =$

٢ (ب)

الحل :

$\vec{C} = (0, 2) \times (1, 1-) =$   
 $\vec{C} = \vec{C} (3-0) =$

٢ (د)

معياري عزم القوة بالنسبة لمركز المربع  
 $20 = 5 \times 4 =$

٣ (ب)

الحل :

من هندسة الشكل :

$(0, 8, 6) = \vec{s}, (10, 0, 0) = \vec{A}$   
 $(10-, 8, 6) = \vec{A} - \vec{s} = \vec{sA}$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{sA}$

$\frac{(10-, 8, 6)}{\sqrt{(10-)^2 + (8)^2 + (6)^2}} \times \sqrt{20} =$   
 $(20-, 16, 12) =$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{A} = (20-, 16, 12) \times (10, 0, 0) =$

$\begin{vmatrix} \vec{C} & \vec{A} & \vec{C} \times \vec{A} \\ 20- & 16 & 12 \\ 10 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$   
 $\vec{C} \times \vec{A} = 12\vec{C} + 16\vec{A} =$

٤ (ج)

الحل :

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{E} - \vec{C} \times \vec{S}$

$1- = 1- (2-) \times 1 =$

$1- = 1- - 2- =$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{E} - \vec{C} \times \vec{S}$

$2- \times 2- = 8- =$

$6+ = 8- =$

$10- = 6+ =$

٦ (١)

الحل :

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{E}$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

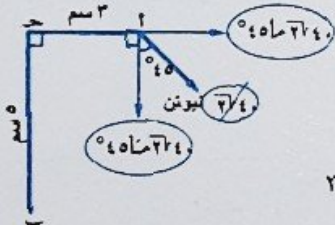
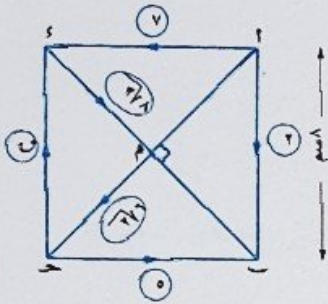
$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$



٧ (١)

الحل :

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

٨ (ج)

الحل :

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

طول العمود الساقط من  $\vec{C}$  على خط عمل  $\vec{C}$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

٩ (ب)

الحل :

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$

$\vec{C} = \vec{C} \times \vec{S}$



(ج) ١٠

الحل :

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \times 12 \times 6 - \frac{\sqrt{2}}{2} \times 6 \times 7 = \sum \mathcal{E}$$

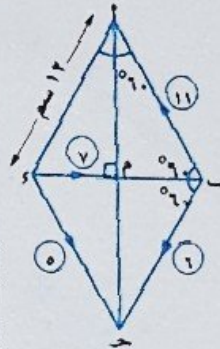
$$\frac{\sqrt{2}}{2} \times 12 \times 5 +$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \times 21 - \frac{\sqrt{2}}{2} \times 42 = \sum \mathcal{E} \therefore$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \times 21 +$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times 21 \text{ نيوتن. سم}$$

$$\therefore \|\vec{\mathcal{E}}\| = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 21 \text{ نيوتن سم}$$



(ب) ١١

الحل :

$$\therefore \vec{\mathcal{E}} \parallel \vec{\mathcal{E}}_1, \vec{\mathcal{E}} \perp \vec{\mathcal{E}}_2$$

$$\therefore \vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_1 = \vec{\mathcal{E}}_2$$

$$\vec{\mathcal{E}}_{12} = \vec{\mathcal{E}}_1 + \vec{\mathcal{E}}_2 \therefore$$

$$\vec{\mathcal{E}}_{12} = \vec{\mathcal{E}}_2 \therefore$$

$$\vec{\mathcal{E}}_1 = \vec{\mathcal{E}} \therefore$$

(د) ١٢

الحل :

مقدار عزم القوة ٢٠ نيوتن حول النقطة ٩ يساوي

$$\theta_{\mathcal{M} 200} = \theta_{\mathcal{M} 10} \times 20.$$

$$\text{حيث } 0 \leq \theta \leq 180^\circ$$

$$\text{أي أن : } 0 \leq \theta \leq 180^\circ$$

أصغر قيمة لمقدار العزم = ٢٠٠ × صفر = صفر

وأكبر قيمة لمقدار العزم = ٢٠٠ × ١ = ٢٠٠

أي أن مقدار عزم القوة  $\in [200, 0]$ 

(ج) ١٣

الحل :

$$\therefore \sum \mathcal{E}_v = \sum \mathcal{E}_h - \sum \mathcal{E}_v$$

$$\therefore 1 - 1 - 2 \times 2 = 7$$

$$\therefore 2 = 2$$

(ج) ١٤

الحل :

$$\therefore \sum \mathcal{E} = 0$$

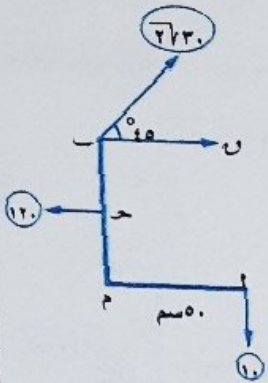
$$\therefore 120 + 50 \times 10 -$$

$$50 \times 10 - 20 \times$$

$$50 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 20 -$$

$$0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \times$$

$$\therefore 20 = 20 \text{ ث. كجم}$$



(د) ١٥

الحل :

$$\|\vec{\mathcal{E}}\| = 8 \times 50 = 400 \text{ نيوتن سم}$$

(ج) ١٦

الحل :

$$\sum \mathcal{E} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ سم}$$

$$\sum \mathcal{E} = 5 \times \theta_{\mathcal{M} 78} -$$

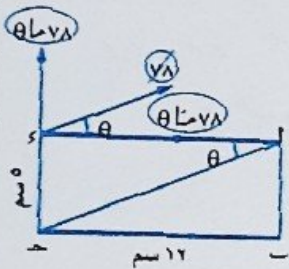
$$12 \times \theta_{\mathcal{M} 78} -$$

$$5 \times \frac{12}{13} \times 78 -$$

$$12 \times \frac{5}{13} \times 78 -$$

$$720 - =$$

$$\therefore \|\vec{\mathcal{E}}\| = 720 \text{ نيوتن. سم}$$



(ج) ١٧

الحل :

$$\frac{\sqrt{7^2 + (21)^2}}{\sqrt{(1-)^2 + (2)^2}} = \frac{\text{مقياس العزم}}{\text{مقياس القوة}}$$

$$7 = \text{وحدة طول}$$

(ب) ١٨

الحل :

$$\therefore \sum \mathcal{E} = \sum \mathcal{E}_h - \sum \mathcal{E}_v$$

$$\therefore \sum \mathcal{E} = 12 + 8 -$$

$$\therefore \sum \mathcal{E} = 10 \text{ نيوتن سم}$$

$$\therefore \sum \mathcal{E} = 10 \text{ نيوتن سم}$$



(ب) ٢٣

الحل :

$$\vec{C} = \vec{C}_1 + \vec{C}_2 + \vec{C}_3 = 6 \text{ ص}$$

∴ مجموع عزوم القوى حول نقطة الأصل

= عزم المحصلة حول نقطة الأصل

$$\vec{C}_3 = (6, 0) \times (2, 2) = 12 \text{ ع}$$

(١) ٢٤

الحل :

بفرض أن النقطة : ١ (س ، ص) ∃ خط عمل  $\vec{C}$ 

$$\vec{C} = \vec{C}_1 \times \vec{A} = \vec{C}_2 \times \vec{B}$$

$$\vec{C}_1 = (4, 2) \times (1, 3) = 16 \text{ ع}$$

$$\vec{C}_2 = (4, 2) \times (3, 2) = 16 \text{ ع}$$

$$16 = 0 + 3 \text{ ص} + 4 \text{ س}$$

$$16 = 3 \text{ ص} + 4 \text{ س} \quad (\text{معادلة خط عمل } \vec{C})$$

$$16 = 3(11) + 4(2) = 44$$

∴ النقطة (١١ ، ٢) ∃ خط عمل  $\vec{C}$ 

(ج) ٢٥

الحل :

$$\vec{C}_1 = 100 \sqrt{3} \text{ نيوتن سم}$$

$$\vec{C}_2 = 50 \times 2 = 100 \text{ ع}$$

$$\vec{C}_3 = \frac{100 \sqrt{3}}{2 \times 50} = 1 \text{ سم}$$

(د) ٢٦

الحل :

$$\vec{C}_2 = \vec{C}_1 + \vec{C}_3 \quad \vec{C}_2 = 2 \text{ ع}$$

$$24 \times 2 = 48 \text{ ع}$$

$$76 \text{ نيوتن متر} = 76 \text{ ع}$$

(ج) ٢٣

الحل :

∴ عزم القوة ١٨ نيوتن حول ١ يساوى صفر

∴ خط عمل القوة ١٨ نيوتن

$$\theta = (1) \quad \theta = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \theta$$

(ب) ٢٤

الحل :

$$20 \times 100 = 2000 \text{ ع}$$

$$2000 = \frac{20 \times 100 \times 50}{20 \times 100} = 50 \text{ نيوتن}$$

(ج) ٢٥

الحل :

∴  $\vec{C}$  تقع في مستوى المثلث، النقطة ب ، د ، ح على استقامة

واحدة

$$\vec{C}_1 = 100 \sqrt{3} \text{ ع}$$

$$\vec{C}_2 = 50 \times 2 = 100 \text{ ع}$$

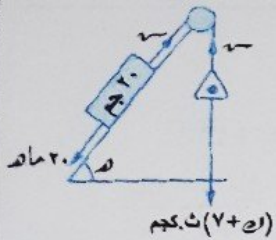
$$\vec{C}_3 = 100 \sqrt{3} \text{ ع}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{100 \sqrt{3}}{100 \sqrt{3}}$$

$$\frac{100 \sqrt{3}}{100 \sqrt{3}} = \frac{100 \sqrt{3}}{100 \sqrt{3}}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{100 \sqrt{3}}{100 \sqrt{3}}$$





$$7 + 20 = 20 \text{ كجم}$$

$$7 + 20 = \frac{4}{5} \times 20$$

$$7 + 20 = 9 \text{ كجم}$$

(ب) ٦

الحل :

∴ الجسم انزلق مباشرة لأسفل ∴  $L > H$

$$∴ L > 30 \quad ∴ \text{طال} > \text{طا} 30$$

$$∴ \frac{3\sqrt{2}}{2} > 30$$

(ب) ٧

الحل :

$$\vec{r} = (2, 2, 2) \quad \vec{r} \times \vec{r} = 0$$

$$\begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\vec{r} \cdot \vec{r} = (2-2-2) = -2$$

$$+ (4-2-2) = 0$$

$$∴ 2 - 2 - 2 = 0 \quad ∴ 2 = 2$$

$$∴ 2 = 2 \quad ∴ 2 = 2$$

$$∴ 2 = 2$$

(أ) ٨

الحل :

من هندسة الشكل :

$$90^\circ = (59^\circ + 21^\circ)$$

$$90^\circ = 59^\circ + 21^\circ \quad \text{سم } 3\sqrt{2} = 59$$

$$∴ \text{سم } 3\sqrt{2} \times 20 = 59 \times 20 = 1180$$

$$3\sqrt{2} \times 20 = 1180$$

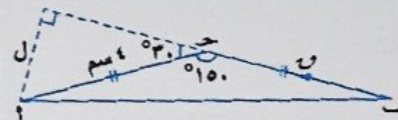
$$3\sqrt{2} \times 20 = 1180$$

(د) ٩

الحل :

∴ الجسم يكون على وشك الحركة تحت تأثير وزنه إذا وضع

على مستوى مائل خشن يميل بزاوية ظلها  $\frac{1}{4}$



(أ) ١

الحل :

$$H \times L = 10$$

$$10 \times 4 = 40$$

$$= 20 \text{ نيوتن سم}$$

(د) ٢

الحل :

∴ الجسم المعلق متزن. ∴  $1.5 = 1.5$  نيوتن

معادلتا إيزان الجسم على المستوى الأفقى :

$$H = 1.5 \quad ∴ 1.5 = 1.5 \text{ نيوتن}$$

$$H = 8 \text{ نيوتن}$$

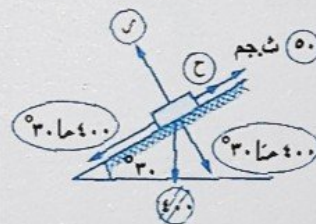
$$∴ H = 8 \times \frac{1}{4} = 2 \text{ نيوتن}$$

$$∴ H > 2$$

∴ الاحتكاك بين الجسم والمستوى ليس نهائياً

(أ) ٣

الحل :



$$50 < 30 \quad ∴ 50 < 30$$

∴  $H$  تعمل في اتجاه

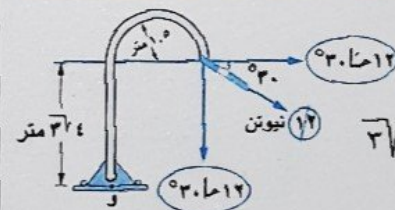
خط أكبر ميل لأعلى

∴ الجسم متزن

$$∴ 50 + H = 30 \quad ∴ H = 30 - 50 = -20$$

(ج) ٤

الحل :



$$H = 12 \times 20 = 240$$

$$12 \times 20 = 240$$

$$= 90 \text{ نيوتن متر}$$

$$∴ H = 90 \text{ نيوتن متر}$$

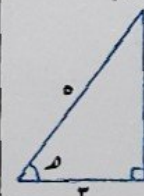
(أ) ٥

الحل :

بفرض أن : وزن الجسم الموضوع في الكفة =  $L$  كجم

$$∴ H = 7 + L$$

$$∴ H = 0 \text{ عندما } H = 20 \text{ كجم}$$





١٢ (ج)

الحل :

القوتان تؤثران في نقطة (١، ١) :

$$\therefore \text{المحصلة } \vec{C} = \vec{Q} + \vec{P} = \vec{Q} + \vec{S} = \vec{Q} + \vec{R} + \vec{S}$$

تؤثر في نفس النقطة

$$\therefore \vec{C} = \vec{P} + \vec{Q} = \vec{C} \times \vec{P} = \vec{C} \times \vec{Q}$$

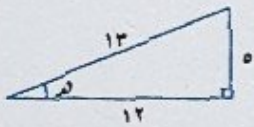
$$\vec{C} \times \vec{P} = \vec{C} \times (\vec{Q} - \vec{R}) =$$

طول العمود الساقط من نقطة ب على خط عمل المحصلة

$$\frac{r}{o} = \frac{\|\vec{C} \times \vec{P}\|}{\|\vec{C}\|} = \frac{\|\vec{C} \times \vec{Q}\|}{\|\vec{C}\|} = \text{وحدة طول.}$$

١٣ (ا)

الحل :



الجسم على وشك الانزلاق

تحت تأثير وزنه فقط عندما

$$\text{يميل بزاوية } \alpha = \frac{5}{13}$$

$$\therefore \text{مس = طام} = \frac{5}{13}$$

\* أقل قوة تمنع الجسم

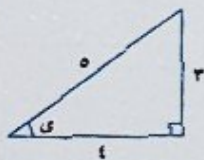
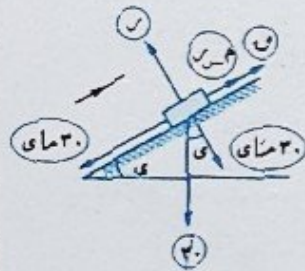
من الانزلاق :

$$r = 30 \text{ ماى} = 24 \text{ نيوتن}$$

$$Q + \text{مس} r = 30 \text{ ماى}$$

$$\therefore Q + \frac{5}{13} \times 30 = 24 \times \frac{5}{13}$$

$$\therefore Q = 8 \text{ نيوتن}$$



١٤ (ب)

الحل :

$$r = \sqrt{(12)^2 + (9)^2} = 15 \text{ سم}$$

$$= 15 \text{ سم}$$

$$\therefore \vec{C} = \vec{P} = 36 \text{ نيوتن سم}$$

خط عمل Q // حـ أ ويقطع بـ في د بحيث :

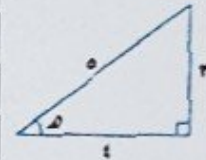
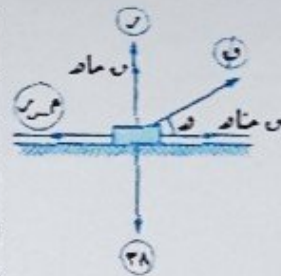
$$(1) \quad Q \times \text{د ه} = 36$$

$$\therefore \vec{C} = 72 \text{ نيوتن سم}$$

$$\therefore Q \times \text{ب د} = 72$$

(2)

(1)



$$\therefore \text{مس} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore r + Q \text{ ماى} = 28$$

$$(1) \quad 28 = r + \frac{3}{4} Q$$

$$Q \text{ ماى} = \text{مس} r$$

$$\therefore \frac{3}{4} Q = r$$

$$(2) \quad r = \frac{17}{9} Q$$

بالتعويض من (2) في (1) :

$$\therefore 28 = Q + \frac{17}{9} Q$$

$$\therefore Q = 10 \text{ ث كجم}$$

١٥ (ا)

الحل :

من هندسة الشكل :  $(0, 2, 1) = \vec{P}, (2, 2, 0) = \vec{Q}$

$$\therefore \vec{C} = \vec{P} - \vec{Q} = (2, 0, 1)$$

$$\therefore Q = \frac{(2, 0, 1) \times (2, 2, 0)}{\sqrt{(2-0)^2 + (1-0)^2}} \times \sqrt{14} = \frac{\vec{C} \times \vec{Q}}{\|\vec{C}\|}$$

$$(28, 0, 14) =$$

$$\therefore \vec{C} = \vec{Q} \times \vec{P} = (28, 0, 14) \times (2, 2, 0)$$

$$\begin{vmatrix} \vec{C} & \vec{P} & \vec{Q} \\ 2 & 2 & 0 \\ 28 & 0 & 14 \end{vmatrix} =$$

$$= 28\vec{C} + 28\vec{P} - 28\vec{Q}$$

١٦ (ب)

الحل :

$$\vec{C} = \sqrt{6.0 \times 0 \times 2 \times 2 + 0 + 0} = 7 \text{ نيوتن}$$

الجسم على

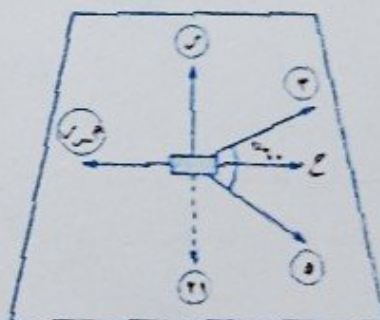
وشك الحركة

$$\therefore \text{مس} = 7 \text{ نيوتن}$$

$$r = 21 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \text{مس} = \frac{C}{r}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{7}{21} =$$





بقسمة (٢) على (١) :  $\frac{2}{1} = \frac{س}{هـ} \therefore س = ٢$

$\therefore س = ٢ = \frac{١٢ \times ٩}{١٥}$

$\therefore هـ = ٧,٢ = ٢ \times \frac{٩}{٣}$

وبالتعويض في (٢) :

$\therefore ٧٢ = ٤,٨ \times ق \therefore ق = ١٥$  نيوتن

١٥ (ج)

الحل :

$ع = ح$

$\therefore ٨ \times ١٢ - ٦ \times ١٠ = ٩$

$\therefore ٩ = ٩$

$ع = ح$

$\therefore ٤ \times ١٠ - ٢ \times ١٢ + ٤ \times ٨ - ٢ \times ١٠ = ٢٢$

$\therefore ٢٢ = ٢٢$

١٦ (د)

الحل :

$ع = ٤٠ س + ١٠ ص$

$ع \times ح = (١٠, ٤٠) \times (٢, ١) = ٢٠ - ٨٠ = -٦٠$

$ع \times ح = (١٠, ٤٠) \times (٢, ١) = ٢٠ - ٨٠ = -٦٠$

$\therefore ع = -٦٠$

$\therefore$  خط عمل  $ع$  ينصف  $ح$

١٧ (ب)

الحل :

$م = ٢٠ \times \frac{١}{٣} = ٦,٦٦$

معادلتا الاتزان :

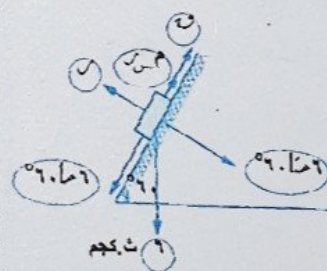
$٦٠ م = ٦٠ ر$

$\therefore ٢٠ م = ٢٠ ر$

$٦٠ م = ٦٠ ر$

$\therefore ٢٠ \times \frac{١}{٣} = ٢٠ \times \frac{١}{٣} + ٦٠$

$\therefore ٢٠ = ٢٠ + ٦٠$



١٨ (ب)

الحل :

من هندسة الشكل :

$هـ - س = ٨$

$(٦, ١٢, ٨) =$

$(٦, ٠, ٨) =$

$(٠, ١٢, ٠) =$

$\therefore ق = \frac{٨}{٨} \times ١٥ = ١٥$

$\frac{(٠, ١٢, ٠)}{\sqrt{٠^2 + ١٢^2 + ٠^2}} \times ١٥ =$

$(٠, ١٥, ٠) =$

$(٦, ١٢, ٠) - (٠, ١٢, ٠) = ٦ - ٠ = ٦$

$(٦, ٠, ٨) =$

$\therefore ق = \frac{٨}{٨} \times ٢٠ = ٢٠$

$\frac{(٦, ٠, ٨)}{\sqrt{٦^2 + ٠^2 + ٨^2}} \times ٢٠ =$

$(١٨, ٠, ٢٤) =$

$\therefore ع = ١٨ س + ٢٤ ص$

$\begin{vmatrix} ع & ص & س \\ ٦ & ١٢ & ٠ \\ ١٨ & ٠ & ٢٤ \end{vmatrix} =$

$\begin{vmatrix} ع & ص & س \\ ٦ & ٠ & ٨ \\ ٠ & ١٥ & ٠ \end{vmatrix} +$

$- ٢٨٨ ع - ١٤٤ ص + ٢١٦ س =$

$- ١٢٠ ع + ٩٠ ص -$

$- ١٦٨ ع - ١٤٤ ص + ٢٠٦ س =$

١٩ (ب)

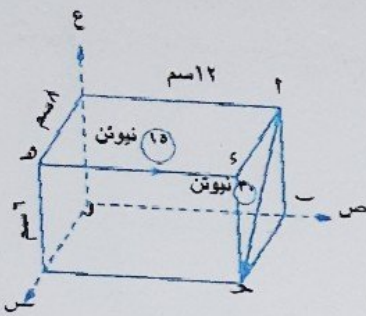
الحل :

$\therefore ع = ٢٠$  نيوتن

$\therefore ٢٠ + ٢٠ = ٤٠$

$\therefore ٤٠ = ٤٠$  نيوتن

$\therefore ٢٠ = ٢٠ = ٢٠$









١ (ج)

الحل :

$$| \vec{P} - \vec{Q} | = 3 \quad \therefore | \vec{P} - \vec{Q} | = 3$$

$$\therefore 3 = \vec{P} - \vec{Q} \quad \text{ومنها } \vec{P} = 2 \text{ نيوتن}$$

$$\vec{Q} = 5 - \vec{P} = 3 \quad \text{ومنها } \vec{Q} = 8 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \vec{P} \in \{2, 8\}$$

٢ (د)

الحل :

$$\vec{P} = 0$$

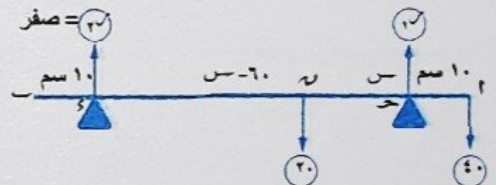
$$\therefore 0 = (2 + 3) \times 6 + 3 \times 8 + 4 \times 10$$

$$\therefore 0 = 12 + 3 \times 6 + 8 + 40$$

$$\therefore 14 = 3 \times 28 \quad \therefore 2 = 3$$

٣ (ا)

الحل :



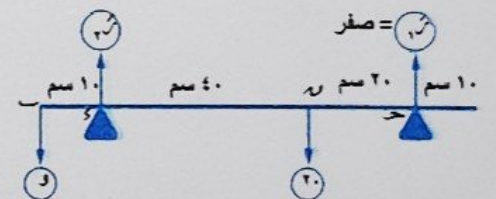
• عند تعليق الثقل ٤٠ نيوتن من ٩ :

$$\vec{P} = \text{صفر} , \vec{Q} = \text{صفر}$$

$$\therefore 20 \times 40 = 3 \times 10 \quad \therefore 20 = 3$$

• بعد نقطة تأثير الوزن عن ٩ = ٢٠ سم

• عند تعليق ثقل (و) من ٦ :



$$\therefore 10 \times 9 = 40 \times 20$$

$$\therefore 80 = 9 \text{ نيوتن}$$

• أكبر ثقل يمكن تعليقه من ٦ = ٨٠ نيوتن.

٤ (ج)

الحل :

$$\vec{P} = \vec{Q}$$

$$\therefore \vec{P} = \vec{Q} = (\vec{P} - \vec{Q}) = 2 - 2 = 0$$

$$\therefore \vec{P} = 11 \quad \therefore 5 = 4 + 2 = 7$$

$$\therefore 16 = 2 \quad \therefore 80 = 2$$

$$\therefore \vec{P} = \vec{Q}$$

$$\therefore \vec{P} = \vec{Q} = 8 - 8 = 0$$

$$\therefore \vec{P} = \vec{Q} = 8 + 8 = 16$$

٥ (ا)

الحل :

• القوتان متوازيتان وفي نفس الاتجاه

• نقطة تأثير المحصلة وتكن ح تقسم ح من الداخل

بالنسبة  $\frac{2}{1}$

$$\therefore \text{ح} = \left( \frac{2 \times 1 + 3 - 2}{3}, \frac{2 \times 1 + 1 - 2}{3} \right)$$

$$(1, 0) =$$



• محصلة القوتين ح تؤثر

في النقطة (١، ٠)

٦ (ب)

الحل :

• في اتجاهين متضادين

• خط عمل المحصلة أقرب

• للقوة الأولى منه للقوة الثانية

$$\therefore \vec{P} < \vec{Q} \quad \text{في اتجاه ح}$$

• وبفرض أن ح متجه وحدة في اتجاه ح

$$\therefore \vec{P} = \vec{Q} = 14 \quad \therefore \vec{P} = \vec{Q} = 14$$

$$\therefore \vec{P} = \vec{Q} = 14$$

$$(1) \quad 14 = \vec{P} - \vec{Q}$$

$$(2) \quad 12 \times \vec{P} = 9 \times \vec{Q} \quad \therefore \vec{P} = \frac{3}{4} \vec{Q}$$

وبالتعويض من (٢) في (١) :

$$14 = \vec{P} - \frac{3}{4} \vec{Q}$$

$$\therefore \vec{P} = 56 \text{ نيوتن} , \vec{Q} = 42 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \vec{P} + \vec{Q} = 56 + 42 = 98 \text{ نيوتن}$$

٧ (ج)

الحل :

$$\vec{P} = \vec{Q} = (1 - 2 + 3) = 2$$

$$2 = \vec{P} - \vec{Q} = 10$$

وبفرض خط عمل المحصلة يمر بالنقطة (س، ص)



∴ مجموع عزوم القوى حول O = عزم المحصلة حول O

$$\therefore \overline{O} \times \overline{A} + \overline{O} \times \overline{B} + \overline{O} \times \overline{C} + \overline{O} \times \overline{D} = \overline{O} \times \overline{E}$$

$$\therefore \overline{O} (3 \times 1 - 10 \times 2) + \overline{O} (1 \times 1 - 0 \times 2) = \overline{O} (2 \times 0 + 10 \times 2) +$$

$$\therefore -16 - 40 = 20 + 20 \quad \therefore -56 = 40 + 20$$

∴ معادلة خط عمل المحصلة

$$10 \text{ سم} + 2 \text{ ص} = 21$$

(ب) ٨

الحل :

القضيب متزن

$$\therefore \text{ع} = \text{ص}$$

$$\therefore 10 \times \sin \theta = 20$$

$$\therefore 10 \times \sin \theta = 20$$

$$\therefore 10 \times \sin \theta = 20$$

$$\therefore 10 \times \sin \theta = 20$$

(د) ٩

الحل :

القضيب متزن

$$\therefore 40 = 20 + 20$$

$$\therefore \text{ع} = \text{ص}$$

$$\therefore 20 \times 40 = 20 \times 40$$

$$\therefore 20 \times 40 = 20 \times 40$$

$$\therefore 20 \times 40 = 20 \times 40$$

$$\therefore 20 \times 40 = 20 \times 40$$

(د) ١٠

الحل :

$$\therefore \overline{O} \times \overline{A} + \overline{O} \times \overline{B} = \overline{O} \times \overline{C}$$

$$\therefore (6, 2, 4) + (3, 1, 2) = (2, 1, 2)$$

$$\therefore (2, 1, 2) = (2, 1, 2)$$

$$\therefore 2 = 2$$

∴ القوتان متوازيتان ومؤثران في اتجاهين متضادين

ونقطة تأثير محصلتهما تقسم المسافة بينهما من الخارج بنسبة

١ : ٢

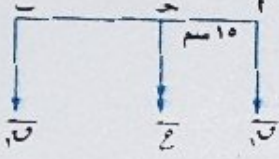
$$\left( \frac{2 \times 1 - 1 \times 2}{1 - 2}, \frac{2 \times 1 - 1 \times 2}{1 - 2}, \frac{1 \times 1 - 0 \times 2}{1 - 2} \right)$$

$$(0, 1, 1) =$$

(ب) ١١

(ب) ١٢

الحل :



$$\therefore 10 \times 10 = 20 \times 10 + 10 \times 10$$

$$\therefore 10 = 20 + 10$$

$$\therefore 10 = 20 + 10$$

$$\therefore 10 = 20 + 10$$

$$\therefore 10 = 20 + 10$$

(د) ١٣

الحل :

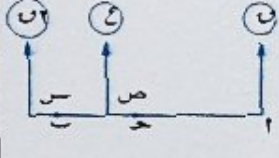
• قبل التحرك :



$$\therefore 10 \times 2 = 20 \times 1 + 10 \times 2$$

$$\therefore 10 \times 2 = 20 \times 1 + 10 \times 2$$

• بعد التحرك :



$$\therefore (10 + 20) \times 2 = (20 + 10) \times 2$$

$$\therefore (10 + 20) \times 2 = (20 + 10) \times 2$$

$$\therefore (10 + 20) \times 2 = (20 + 10) \times 2$$

من (١) ، (٢) ينتج أن :

$$20 + 10 = 20 + 10$$

$$\therefore 20 = 20$$

$$\therefore 20 = 20$$

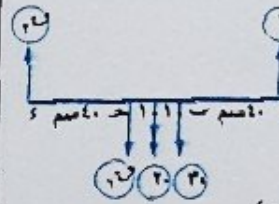
(د) ١٤

الحل :

$$(10 + 20) - (10 + 20) = 20$$

$$\therefore 10 = 20 - 10$$

∴ مجموع عزوم القوى



حول O = عزم المحصلة حول O

$$\therefore 10 \times 10 - 20 \times 20 - 10 \times 20 = 50 \times 20$$

$$\therefore 50 \times 20 = 50 \times 20$$

$$\therefore 20 = 20$$

$$\therefore 20 = 20$$

$$\therefore 20 = 20$$

(د) ١٥

الحل :

نفرض أن نقطة تقاطع خط عمل المحصلة مع محور الصادرات

$$\text{هي } M(0, -10)$$



$$\therefore \frac{1}{5} \times 30 - \frac{4}{5} \times 30 = 0$$

$$\therefore 30 = 24$$

$$\therefore 30 = 30 \quad \therefore 50 = 30 + 20$$

$$30 = 20$$

$$\therefore 30 = 40 - 10$$

(ب) ١٩

(ب) ٢٠

(ب) ٢١

الحل :

$$30 = 10 + 20 + 0 = 30$$

وبفرض أن خط عمل المحصلة  $\vec{R}$  يقطع  $\vec{A}$  في  $S$

$\therefore$  مجموع عزوم القوى حول  $A =$  عزم المحصلة حول  $A$

$$\therefore 30 \times 40 = 20 \times 10 + 8 \times 20$$

$$\therefore 30 = 11.5$$

$\therefore$  خط عمل المحصلة يبعد عن  $A$  مسافة  $11.5$  سم

(ج) ٢٢

الحل :

$$\therefore 30 = 0$$

$$\therefore 0 = (30 + 240) \times 40 + 10 \times 100$$

$$\therefore 0 = 30 \times 40 + 9600 + 1000$$

$$\therefore 30 = 160$$

(ج) ٢٣

الحل :

$$\therefore 2 \times 2 = 2 \times 2$$

$\therefore \vec{F}_1, \vec{F}_2$  متضادتين في الاتجاه

$$\frac{2}{2} = \frac{1}{1}$$

$$\therefore 2 \times 2 = 2 \times 2$$

$$\therefore \frac{2}{2} = \frac{1}{1} = \frac{2}{2}$$

$$\therefore 2 : 2 = 2 : 2$$

$$\therefore \vec{R} = \vec{R}$$

$$\therefore \vec{R} = \vec{R}_1 + \vec{R}_2 + \vec{R}_3$$

$$\therefore (30, 0) + (2, 9) \times (30, 0)$$

$$\therefore (2, 6) \times$$

$$\therefore 30(30-8) + 2(9-30)$$

$$\therefore 30 = 30 + 54 - 48 - 60$$

$$\therefore 30 = 30$$

$\therefore$  النقطة المطلوبة هي  $(2, 0)$

(ج) ١٦

الحل :

$$\text{أولاً : } 30 = 8 + 0 = 12 \text{ نيوتن}$$

$$30 \times 0 =$$

$$30 \times 8 =$$

$$\therefore 30 = 8(30-29)$$

$$\therefore 30 = 8 - 212$$

$$\therefore 30 = 12 \quad \therefore 212 = 30 \quad \therefore 24 = 30$$

ثانياً :  $\therefore$  المحصلة تتحرك ٨ وحدات

$$\therefore 30 = 24 - 8$$

$$30 = 16$$

$$30 = 22$$

$$\therefore 22 \times 8 = (16) \times 0$$

$$\therefore 184 = 16 + 80$$

$$\therefore 0 = 6.5 \text{ نيوتن}$$

(ج) ١٧

(ج) ١٨

الحل :

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad \therefore \text{القضيب متزن}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad \therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad \therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$



(i) ٢٤

الحل :

$$ع = ح$$

$$ع \times ح = ح \times ح$$

$$ع \times ٢٤ = ٢٢ \times ٦ \quad \therefore ع = ٨ \text{ نيوتن}$$

$$ع = ح = ٨ + ٦ = ١٤ \text{ نيوتن}$$

$$ع - ح = ١٠ \quad \therefore ع - ٢٠ = ١٠$$

$$ع = ٢٠ \text{ نيوتن}$$

$$ع \times ح = ح \times ح$$

$$ع \times ٢٤ = (٢٤ + ح) \times ٢٠$$

$$ع = ١٢ \text{ سم}$$

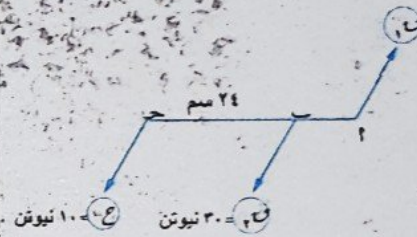
(ب) ٢٥

الحل :

$$ع > ح$$

$$ع, ح \text{ متضادتين}$$

$$\text{في الاتجاه } ع < ح$$





(١) ١

الحل :

معادلتا الاتزان :

$$r = 4 \text{ م} \times 40^\circ$$

$$r = 2\sqrt{2} \text{ ث.كجم.}$$

$$r = \frac{1}{4} \text{ م} + 40^\circ$$

$$r = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \times \frac{1}{4} = 2\sqrt{2} \text{ ث.كجم.}$$

(٢) ٢

الحل :

معادلة اتزان الحقيقية :  $r = 1.4 \text{ ث.كجم.}$

معادلتا اتزان الصندوق :  $r = 2.8 \text{ ث.كجم.}$

$$r = 1.4 \text{ م} \times 2.8 = 1.4 \text{ م}$$

$$r = \frac{1}{4} \text{ م}$$

∴ معامل الاحتكاك بين الصندوق والنضد = 0.5

(٣) ٣

الحل :

دركية عزم  $\vec{r}$  حول محور المصادات

$$r = 100 \text{ م} - 100 \text{ م} = 0$$

$$100 = 40 \times (2-) - 10 \times 2 =$$

(٤) ٤

الحل :

$$r = 100 \times \frac{2}{5} \times 100 - 2 \times \frac{4}{5} \times 100 =$$

$$= 4600 \text{ نيوتن.متر}$$

(٥) ٥

الحل :

$$r_1 + r_2 = r$$

$$20 = r_1 + r_2$$

$$6 \times r_1 = 4 \times r_2$$

$$20 = r_1 + \frac{3}{2} r_1$$

$$r_1 = \frac{2}{5} r_2$$

$$r_1 = 10 \text{ نيوتن}$$

$$r_1 = 10 \times \frac{2}{5} = 4 \text{ نيوتن}$$

$$r_2 = 10 - 4 = 6 \text{ نيوتن}$$

(٦) ٦

الحل :

عند تعليق ثقل

قدره 20 نيوتن

عند  $\theta$  يكون على

وشك الدوران حول  $\theta$

$$r_1 = 0$$

$$r_2 = 20 \times 20 - 100 = 600$$

عند تعليق ثقل

قدره 70 نيوتن

عند  $\theta$  يكون على

وشك الدوران

حول  $\theta$

$$r_1 = 0$$

$$r_2 = 70 \times 20 - 100 = 1400$$

$$r_2 = 1400 - 100 = 1300$$

$$r_2 = 1400 - 600 = 800$$

$$r_2 = 20 \text{ نيوتن}$$

(٧) ٧

الحل :

من هندسة الشكل :

$$A = (10, 0, 0)$$

$$B = (0, 0, 0)$$

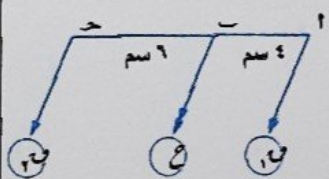
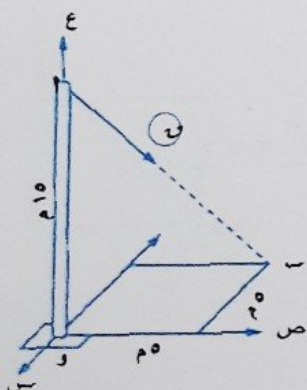
$$A - B = A$$

$$A = (10, 0, 0)$$

$$r = \frac{A}{\|A\|} \times 10 =$$

$$\frac{(10, 0, 0)}{\sqrt{10^2 + 0^2 + 0^2}} \times 10 =$$

$$(10, 0, 0)$$





(د) ١٠

الحل :

$$\bar{G}_9 = (2, 6) \times (2, 4) :$$

$$\bar{G}_9 = \bar{G} (42 - 12) :$$

$$9 = 42 - 12 \quad 1 = 4 :$$

(ج) ١١

الحل :

أكبر ثقل يمكن تعليقه من أ يجعل القضيب على وشك الدوران حول ح

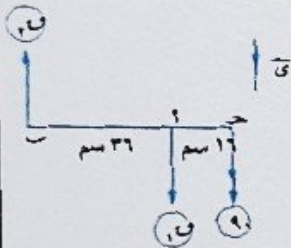
$$\therefore \text{س} = \text{صفر} , \text{ع} = 0$$

$$\therefore 0 = 20 \times 10 + 20 \times 20$$

$$\therefore 10 = 20$$

(د) ١٢

الحل :



$$(1) \quad 9 - 16 = 9$$

$$52 \times 16 = 16 \times 16$$

$$\therefore 16 = 52$$

$$\text{وبالتعويض في (1)} : 9 - 16 = 9$$

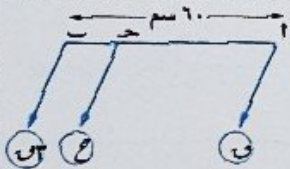
$$\therefore 9 = 16$$

$$\therefore 16 = 40 \times \frac{12}{4} = 120 \text{ ث.كجم}$$

$$\therefore 170 = 40 + 130 = 170 \text{ ث.كجم}$$

(ج) ١٣

الحل :



$$2 \times 2 = 2 \times 2$$

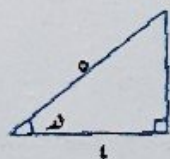
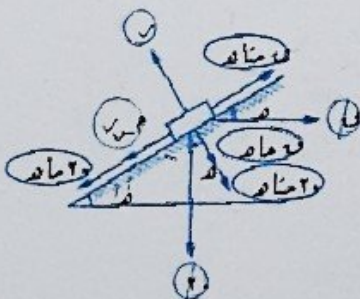
$$\therefore \frac{2}{1} = \frac{2}{1}$$

$$\therefore 2 = 2$$

$$\therefore 40 = 60 \times \frac{2}{3} = 40$$

(ج) ١٤

الحل :



$\therefore$  الجسم على وشك الحركة لأعلى :

$$\therefore \text{س} = 20 \text{ ث.كجم} + 20 \text{ ث.كجم}$$

$$\therefore \bar{G} \times \bar{A} = \bar{G} \times \bar{B}$$

$$(40, 10, 10) \times (10, 0, 0) =$$

$$\begin{vmatrix} \bar{G} & \bar{A} & \bar{B} \\ 10 & 0 & 0 \\ 40 & 10 & 10 \end{vmatrix} =$$

$$= 220 \text{ ث.كجم} - 220 \text{ ث.كجم}$$

(ب) ٨

الحل :

معادلتا الاتزان :

$$\text{س} \text{ ث.كجم} = \frac{1}{4} \text{ س}$$

$$\therefore \frac{1}{4} \text{ س} = \frac{3}{5} \text{ س}$$

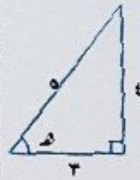
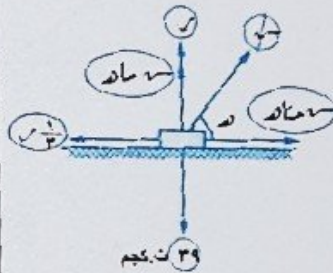
$$\therefore \frac{1}{4} \text{ س} = \frac{9}{5} \text{ س}$$

$$\text{س} + \text{س} \text{ ث.كجم} = 29$$

$$\therefore 29 = \frac{4}{5} \text{ س} + \frac{9}{5} \text{ س}$$

$$\therefore 29 = \frac{13}{5} \text{ س}$$

$$\therefore \text{س} = 10 \text{ ث.كجم}$$



(أ) ٩

الحل :

\* عندما يكون الجسم على

وشك الحركة إلى أعلى :

$$\text{س} = 50 \text{ ث.كجم}$$

$$28 = \text{س} + 50$$

$$\therefore 28 = 50 + 50 \text{ ث.كجم}$$

(1)

\* عندما يكون الجسم على

وشك الحركة إلى أسفل :

$$\text{س} = 50 \text{ ث.كجم}$$

$$22 + \text{س} = 50$$

$$= 50 \text{ ث.كجم}$$

(2)

$$\therefore 22 + \text{س} = (50 \text{ ث.كجم})$$

من (1) ، (2) بالجمع :

$$50 + 50 = 50 \text{ ث.كجم} + 50 \text{ ث.كجم}$$

$$\therefore 100 = 100 \text{ ث.كجم} = 100 \text{ ث.كجم}$$



$$r = 20 \text{ م} \cdot 60^\circ = 10$$

$$\therefore \frac{2\sqrt{3}}{3} \times 20 + 10 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$$

$$\therefore 20\sqrt{3} = 10 \text{ نيوتن}$$

١٨ (ج)

الحل :

$$\therefore \vec{C} = \vec{E} = \vec{F} \quad \therefore \vec{C} // \vec{F}$$

$$\therefore \vec{E} 12 = \vec{C} + \vec{F}$$

$$\therefore \vec{E} 6 = \vec{C} \quad \therefore \vec{E} 12 = \vec{C} 2$$

١٩ (د)

الحل :

$\therefore$  طول العمود المرسوم من س على خط عمل ق  
= طول العمود المرسوم من النقطة ح على خط عمل ق

$\therefore$  إما س ح يوازي خط عمل ق

أو خط عمل ق ينصف س ح

$$\therefore \text{ميل س ح} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad , \quad \text{ميل ق} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$\therefore$  س ح لا يوازي خط عمل ق

$\therefore$  خط عمل ق ينصف س ح

$$\therefore \vec{C} - \vec{E} = \vec{F} \quad \therefore \vec{C} + \vec{F} = \vec{E} = \text{صفر}$$

٢٠ (ب)

الحل :

$$\vec{C} = 6 \times 5 = 30 \text{ نيوتن سم}$$

٢١ (د)

٢٢ (ج)

الحل :

$$30 \times 6 = 0$$

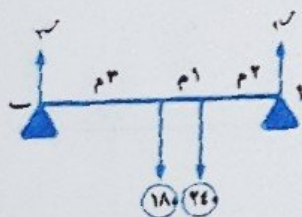
$$= 180 \text{ ث كجم}$$

$\therefore$  اللوح الخشبي متزن

$$\therefore \vec{C} = 0$$

$$\therefore 2 \times 180 - 4 \times 240 - 6 \times 1 = 0$$

$$\therefore 1 = 250 \text{ ث كجم}$$



$$\therefore \frac{2}{5} \times 0 + \frac{4}{5} \times 20 = 16$$

$$\therefore \frac{2}{5} + 16 = 17$$

$$\therefore \text{م} = 17 \text{ م} \cdot 60^\circ = 10$$

$$\therefore \frac{4}{5} - 17 = 12$$

بالتعويض من (١) في (٢) :

$$\therefore \frac{4}{5} - 17 = 12$$

$$\therefore 24 = 12 - 17 = 12$$

$$\therefore 40 = 12 \text{ ث كجم}$$

١٥ (د)

الحل :

$$\therefore \vec{C} = 200 - 200 \text{ نيوتن سم}$$

$$\therefore 200 - 200 = 0 \times 20 = 0$$

$$\therefore 200 = (40 \text{ م} \cdot 30^\circ + 5 \text{ م} \cdot 30^\circ)$$

$$\therefore 200 = 5,28 \text{ نيوتن}$$

١٦ (ا)

الحل :

$$\therefore \vec{C} = \vec{E} - \vec{F}$$

$$\therefore \vec{C} = (1, 2) - (3, 6) = (-2, -4)$$

وبفرض أن نقطة تقاطع خط عمل ق مع أ ح هي

(س، ص)

$$\therefore \frac{8 \times 8 + (2-4) \times 2}{8+2} = 6$$

$$\therefore \frac{8 \times (-4) + 0 \times 1}{8+2} = 0$$

$\therefore$  نقطة تقاطع خط عمل ق مع أ ح هي النقطة (٤، ٠)

١٧ (د)

الحل :

$\therefore$  الجسم على وشك

الانزلاق لأسفل تحت تأثير

وزنه فقط عندما يميل

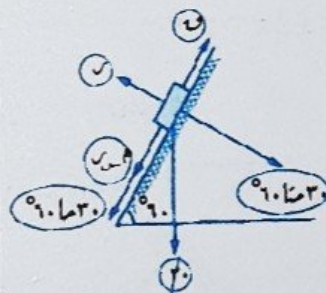
المستوى على الأفقي

بزوايا قياسها  $30^\circ$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = 30^\circ$$

$\therefore$  الجسم على وشك الحركة لأعلى

$$\therefore \vec{C} = 30 \text{ م} \cdot 60^\circ = 10$$





(ج) ٢٣

الحل :

$$200 = 100 - 100 - 100$$

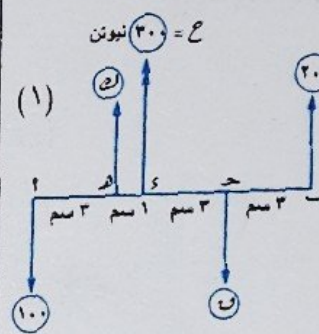
$$200 = 100 - 100$$

مجموع عزوم

القوى حول نقطة

ح = عزوم المحصلة حول

نفس النقطة ح



$$2 \times 200 - 100 = 100 - 100 + 2 \times 200$$

$$200 = 100 - 100 \therefore 200 = 100 - 100$$

$$200 = 100 + 100 \therefore 200 = 100 + 100$$

(١) ٢٤

الحل :

ق توازي محور السينات

$$(0, 0, 0) = \vec{Q}$$

$$(2, 1, 2) = \vec{Q} - \vec{P} = \vec{Q}$$

$$\begin{vmatrix} \vec{Q} & \vec{P} & \vec{R} \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \vec{Q} \times \vec{P} = \vec{Q}$$

$$\vec{Q} = \vec{P} + \vec{R}$$

$$21 = 2 \therefore 21 = 2$$

$$\vec{Q} = \vec{P} + \vec{R}$$

(١) ٢٥



٥ (ب)

الحل :

$$س ح = \sqrt{2(120) + 2(160)}$$

$$= 200 \text{ سم}$$

∴ القضيب متزن

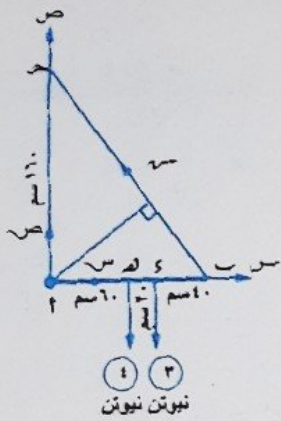
$$∴ ع_1 = \text{صفر}$$

$$∴ س_1 = \frac{160 \times 120}{200}$$

$$= 60 \times 4 - 80 \times 3$$

$$∴ س_1 = 96 - 480$$

$$∴ س_1 = 0 \text{ نيوتن}$$



٦ (د)

الحل :

بفرض أن :

(طول السلم) = 2 ل وحدة طول

∴ السلم متزن

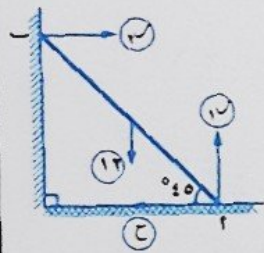
$$∴ س_1 = 12 \text{ ث.كجم}$$

$$ع_1 = س_1$$

$$∴ ع_1 = \text{صفر}$$

$$∴ 12 \times \text{ل} \times \sin 45^\circ - س_1 \times 2 \times \text{ل} \times \sin 45^\circ = 0$$

$$∴ س_1 = 6 \text{ ث.كجم} \quad ∴ ع_1 = 6 \text{ ث.كجم}$$



٧ (ج)

الحل :

القضيب على وشك الحركة (متزن)

$$∴ س_1 = س_2 \quad (1)$$

$$∴ س_1 = و \quad (2)$$

$$∴ ع_1 = 0$$

$$∴ و \times \text{ل} \times \sin \theta - س_1 \times 2 \times \text{ل} \times \sin \theta = 0$$

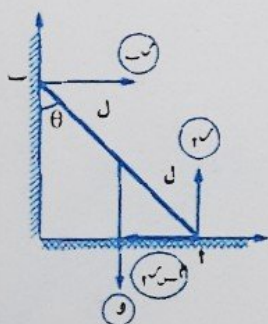
من (1)، (2) :

$$∴ س_1 = و$$

$$∴ و \times \text{ل} \times \sin \theta = س_1 \times 2 \times \text{ل} \times \sin \theta$$

بالقسمة على و ل

$$∴ \theta = 2$$



١ (ب)

الحل :

$$\text{رد فعل المفصل} = \sqrt{2^2 + 3^2} = 5 \text{ نيوتن}$$

٢ (أ)

الحل :

بفرض أن :

طول السلم = 2 ل وحدة طول

∴ معادلتا الاتزان :

$$س_1 = و \quad ، \quad س_2 = س_1$$

$$∴ س_1 = و$$

$$∴ ع_1 = 0$$

$$∴ و \times \text{ل} \times \sin 45^\circ - س_1 \times 2 \times \text{ل} \times \sin 45^\circ = 0$$

$$∴ و = 2 س_1$$

$$∴ س_1 = \frac{1}{2} و$$

بالتعويض من (2) في (1) :

$$∴ س_1 = و \times \frac{1}{2} \quad ، \quad ∴ س_1 = \frac{1}{2} و$$

٣ (أ)

٤ (د)

الحل :

بفرض أن : طول القضيب = 2 س وحدة طول

∴ معادلتا الاتزان :

$$و = س_1 \quad ، \quad س_2 = س_1$$

$$∴ س_1 = و \times \frac{1}{2}$$

$$∴ ع_1 = 0$$

$$∴ و \times \text{س} \times \sin \theta - س_1 \times 2 \times \text{س} \times \sin \theta = 0$$

$$∴ و = 2 س_1$$

بالتعويض من (1) في (2) :

$$∴ و = 2 س_1 \times \frac{1}{2}$$

$$∴ و = 2 س_1 \quad ، \quad ∴ و = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$∴ و = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$



(٨)

ع = صفر

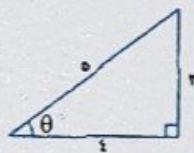
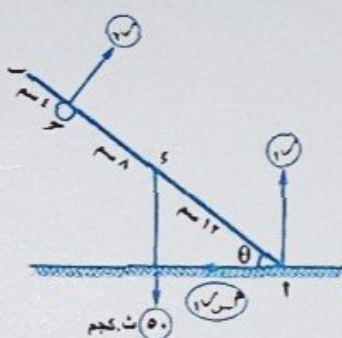
$$\therefore 12 \times 50 \text{ مئ } \theta$$

$$= 20 \times 20 -$$

$$\therefore \frac{4}{5} \times 12 \times 50$$

$$20 =$$

$$\therefore 24 \text{ ث كجم}$$



(٩)

الحل :

السلم متزن :

$$\therefore 6 \text{ ث كجم}$$

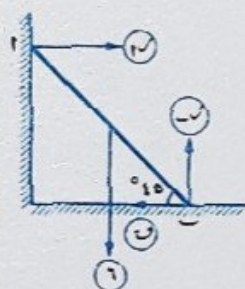
$$u = 6$$

بفرض أن طول السلم = 2 ل وحدة طول

$$\therefore \text{ع} = 0$$

$$\therefore 6 \times 2 \text{ مئ } 45 - 2 \times 2 \text{ مئ } 45 = 0$$

$$\therefore 2 \text{ ث كجم}$$



(١٠)

الحل :

$$(1) \frac{17}{25} = 2 \times 0.72 = 1$$

$$\therefore 1 = 1$$

$$(2) \frac{76}{25} = 2 \times 1.28 = 2$$

$$\therefore 2 = 2$$

$$\therefore \frac{2}{5} = \frac{1}{1} = \theta$$

$$\therefore \frac{4}{5} = \frac{2}{1} = \theta$$

من الاتزان :

$$12 = \frac{4}{5} \times 15 = 12$$

$$19 = \frac{2}{5} \times 15 + 10 = 19$$

$$\therefore \text{ع} = 0$$

$$\therefore \frac{4}{5} \times 2 \times 15 - 0.72 \times 15 + \frac{2}{5} \times 1 \times 10 = 0$$

$$\therefore 10.5 = 10.5$$

بالتعويض من (٢) ، (٣) في (١) :

$$12 = 19 + 1$$

$$\therefore \frac{1}{28} = 1$$

(١)

(٢)

(٣)

(١١)

الحل :

$$\therefore \text{القضيب متزن}$$

$$\therefore 6 \times 15 - 4 \times 20 = 0$$

$$\therefore 30 \text{ ث كجم}$$

(١٢)

(١٣)

الحل :

$$\therefore \text{الجسم متزن}$$

$$\therefore (7 + 3) + (-2 - 1) = 0$$

$$\therefore 7 + 3 = 2 + 1$$

$$\therefore 10 = 3$$

$$\therefore (7, 3) = (3, 1)$$

(١٤)

الحل :

بفرض أن الفتاة تصعد مسافة ٨

يكون عندها السلم على وشك الانزلاق

معادلات الاتزان :

$$\therefore \frac{1}{3\sqrt{2}} = 1$$

$$\text{حيث } 8 = 8$$

$$80 = 80$$

$$\therefore \frac{3\sqrt{2}}{2} = 80 \times \frac{1}{3\sqrt{2}} = 1$$

$$\therefore \text{ع} = 0$$

$$\therefore 20 \times \frac{1}{2} \times 60 + 60 \times 60 = 0$$

$$\therefore 120 = 120$$

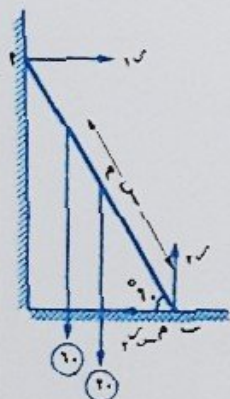
$$\therefore 120 = 120$$

$$\therefore 120 = 120$$

$$\therefore \frac{1}{2} = 1$$

أي أن : أقصى مسافة تصعد الفتاة تساوي 1/2 طول

السلم





١٥ (ب)

الحل :

$$\therefore \text{ق (د ب ح)} = 90^\circ - 30^\circ$$

$$60^\circ =$$

$$\text{ح ب} = \text{ح ا}$$

$$\therefore \text{ق (د ب)} = 60^\circ$$

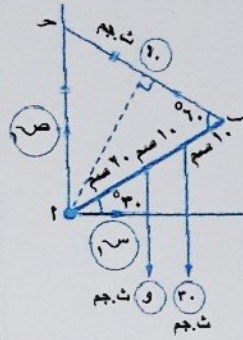
القضيب متزن ،

$$\therefore \text{ح ج} = 0$$

$$\therefore 60 \times 40 \text{ ما} - 30 \times 20 \text{ ما} = 0$$

$$- 20 \times 20 \text{ ما} = 0$$

$$\therefore \text{و} = 70 \text{ ث.كجم}$$



١٦ (د)

الحل :

من الاتزان

$$\text{و} = \text{و} , \text{و} = \text{و} , \text{و} = \text{و}$$

$$\therefore \frac{1}{4} = \text{و}$$

$$\therefore \text{ح ج} = \text{صفر}$$

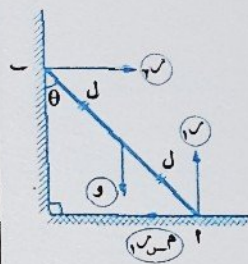
$$\therefore \text{و} \times \text{ل} \text{ ما} \theta - \text{و} \times 2 \text{ ل} \text{ ما} \theta = 0$$

$$\therefore \text{و} \text{ ما} \theta - \frac{1}{4} \times 2 \text{ ما} \theta = 0$$

$$\therefore \text{و} \text{ ما} \theta = \frac{1}{4} \text{ ما} \theta$$

$$\therefore \frac{1}{4} \text{ ل} = \theta$$

$$\therefore \frac{1}{4} = \theta \text{ ل}$$



١٧ (ا)

الحل :

$$\text{و} = 16$$

$$\text{و} = \text{و} + \text{و} , \text{و} = \text{و} + \text{و}$$

$$\therefore \text{و} + \text{و} = \text{و} \times \frac{2}{4}$$

$$\therefore \text{و} + \text{و} = \text{و} \times \frac{2}{4}$$

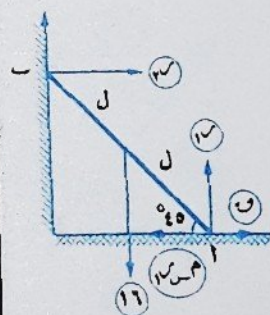
$$12 \text{ ث.كجم} =$$

$$\therefore \text{ح ج} = 0$$

$$\therefore 16 \times 40 \text{ ما} - 2 \times 20 \text{ ما} = 0$$

$$\therefore \text{و} = 8 \text{ ث.كجم}$$

$$\therefore \text{و} = 12 - 8 = 4 \text{ ث.كجم}$$



١٨ (ج)

الحل :

من الاتزان :

$$\text{و} = \text{و} , \text{و} = \text{و} , \text{و} = \text{و}$$

$$\therefore \text{و} - \text{و} = \text{و} - \text{و} = \text{و} - \text{و} = 0$$

١٩ (ب)

الحل :

بفرض القضيب طوله ل

القضيب متزن ،

$$\therefore \text{و} \text{ ما} 30 = \text{و} \text{ ما} 30$$

$$\text{و} \text{ ما} 30 + \text{و} = \text{و}$$

$$\therefore \text{ح ج} = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{و} \times \frac{1}{4} \text{ ل} \text{ ما} 30 = \text{و} \times \text{ل} \text{ ما} 60$$

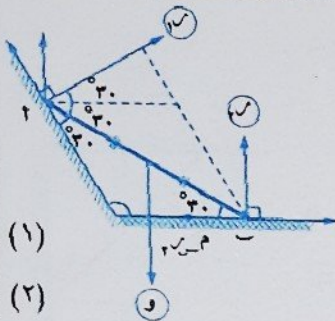
$$\therefore \frac{1}{4} = \text{و}$$

$$\text{و} = \text{و} + \frac{1}{4} \times \text{و} = \text{و}$$

$$\therefore \frac{2}{4} = \text{و}$$

$$\text{و} \times \frac{2}{4} = \text{و} \times \frac{2}{4} = \text{و} \times \frac{2}{4}$$

$$\therefore \frac{2}{4} = \text{و}$$



٢٠ (ج)

٢١ (ا)

الحل :

من الاتزان :

$$\text{و} = 120 \text{ ث.كجم}$$

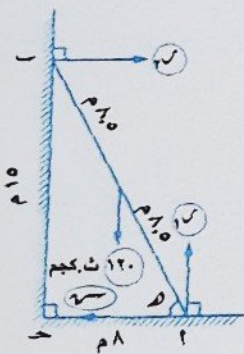
$$\text{و} = \text{و} , \text{و} = \text{و}$$

$$\therefore \text{ح ج} = \text{صفر}$$

$$\therefore 10 \times \text{و} - 4 \times 120 = 0$$

$$\therefore \text{و} = 22 \text{ ث.كجم}$$

$$\therefore \text{و} = 22 \text{ ث.كجم}$$



٢٢ (د)

الحل :

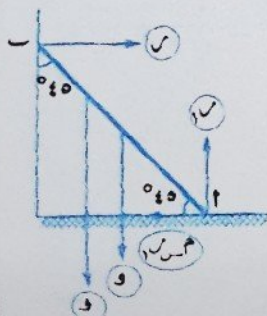
السلم متزن

$$\therefore \text{ح ج} = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{و} \times \frac{1}{4} \text{ ل} \text{ ما} 45$$

$$+ \text{و} \times \frac{2}{4} \text{ ل} \text{ ما} 45$$

$$- \text{و} \times \text{ل} \text{ ما} 45 = 0$$





$$\therefore \frac{1}{4} + \frac{2}{4} - r = 0$$

$$\therefore r = \frac{3}{4}$$

(د) ٢٣

(ج) ٢٤

الحل :

∴ السلم يكون على

وشك الانزلاق عندما يصل

الرجل إلى قمته وبفرض طول

السلم ل

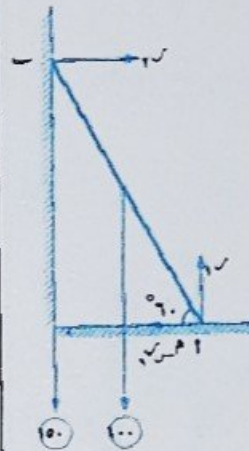
∴ معادلات الاتزان :

$$r_1 = 100 \text{ كغ} , r_2 = 250 \text{ كغ}$$

$$, r_3 = 0$$

$$\therefore \frac{1}{4} \times 100 \text{ م} + 100 \text{ م} + 250 \text{ م} = 0$$

$$- r_4 \text{ م} = 0$$



$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} r = 250 + 100$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} r = 350$$

$$\therefore r = \frac{350 \times 2}{\sqrt{3}} = 404.1 \text{ كغ}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} r = 350$$

∴ معامل الاحتكاك بين الطرف ٢ للسلم ومستوى

$$\frac{\sqrt{3}}{2} r$$

(١) ٢٥

الحل :

من الاتزان ع = 0

$$\therefore \frac{1}{4} \times 100 \text{ م} + 100 \text{ م} + 250 \text{ م} = 0$$

$$- r_4 \text{ م} = 0$$

$$\therefore r_4 = 350 \text{ كغ}$$



(د) ١

الحل :

$$\therefore \text{طال} = \text{م} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \text{ل} = 0.54 \text{ م}$$

$$\therefore \text{م} = 0.30 \text{ م} \quad \therefore \text{ه} > \text{ل}$$

$\therefore$  الجسم متزن وليس على وشك الحركة

(ج) ٢

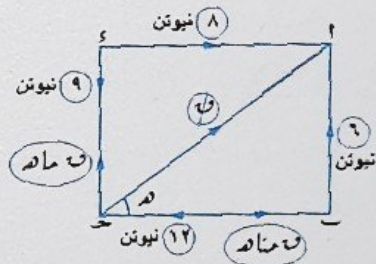
الحل :

$$\frac{\sqrt{2(7)} + \sqrt{2(21)}}{\sqrt{2(1)} + \sqrt{2(3)}} = \frac{\|\vec{v} + \sqrt{3}\vec{v}\|}{\|\vec{s} - \sqrt{3}\vec{s}\|} = \text{طول العمود}$$

$\therefore \text{وحدة طول} = 7$

(ب) ٣

الحل :



$\therefore$  مجموعة القوى متزنة  $\therefore 6 + 9 = 15$

$$\therefore \text{ق} = 3 \text{ مانه}$$

$$12 = 8 + \text{ق} \quad \therefore \text{ق} = 4 \text{ مانه}$$

بقسمة (١) على (٢) :

$$\therefore \frac{2}{4} = \frac{\text{مانه}}{\text{مانه}} \quad \therefore \frac{2}{4} = \frac{\text{ق}}{3}$$

$$\therefore \text{ق} = 1.5 \text{ نيوتن} \quad \therefore \text{ق} = 0.5 \text{ نيوتن}$$

(د) ٤

الحل :

$$\therefore \text{ع} = 10 + 10 = 20$$

$$20 = \text{نيوتن}$$

$$\therefore \frac{20}{10} = \frac{10}{10} = \frac{1}{1}$$

$$\therefore \frac{20}{10} = \frac{10}{10} = \frac{1}{1}$$

$$\therefore \text{ق} = 40 = \frac{10 \times 70}{20}$$

(ب) ٥

الحل :

من اتزان الجسم :

$$\text{ر} = 10 \text{ ثكجم}$$

$$\therefore \frac{1}{5} = \text{و}$$

$$\therefore \text{و} = 10 \times \frac{1}{5} = 2 \text{ ثكجم}$$

(ب) ٦

الحل :

من الاتزان :

$$\text{م} = 30 \text{ مانه}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{2}}{2} = \text{م} = 30 \text{ مانه}$$

$$\therefore \text{و} = 30 \text{ مانه}$$

$$\therefore \frac{1}{3} = \text{و} = 10 \text{ مانه}$$

$$\therefore \text{ع} = 0$$

$$\therefore \text{و} = 30 \text{ مانه} - 30 \text{ مانه} = 0$$

$$\therefore \frac{1}{3} = \text{و} = 10 \text{ مانه}$$

وبالتعويض في (٢) :

$$\therefore \frac{1}{3} = \text{و} = 10 \text{ مانه}$$

$$\text{ومن (١) : } \therefore \text{م} = 30 \text{ مانه} = 30 \text{ مانه}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{2}}{2} = \text{م} = 30 \text{ مانه}$$

(ب) ٧

الحل :

$$\|\vec{v}\| \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$10 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$3 = (2\sqrt{2} - \sqrt{2}) = 18 - 6 = 12$$

(ب) ٨

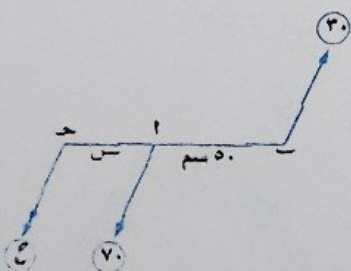
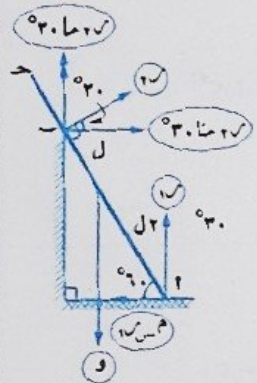
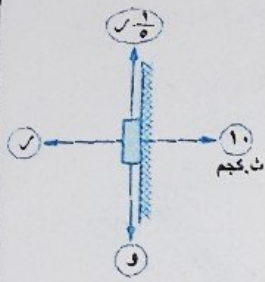
الحل :

مقدار المحصلة ع

$$40 = 20 - 20 = 0$$

$$20 \times 70 = 20 \times 20$$

$$\therefore 70 \times 20 = (20 + 20) \times 20$$





$$\therefore 1500 + 20 = 70 \text{ سم}$$

$$\therefore 27.5 \text{ سم}$$

خط عمل المحصلة يبعد 27.5 سم من خط عمل القوة 70 نيوتن.

٩ (د)

الحل :

القضيب متزن

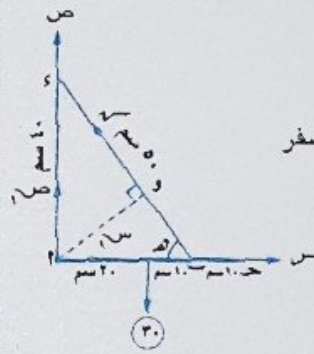
$$\therefore \text{ع.م.} = \text{صفر}$$

$$\therefore -20 \times 2 + 9 \times 9 = \text{صفر}$$

$$\text{حيث } 9 = \frac{4 \times 20}{5}$$

$$\therefore 24 = 9$$

$$\therefore 25 \text{ كجم}$$



١٠ (ج)

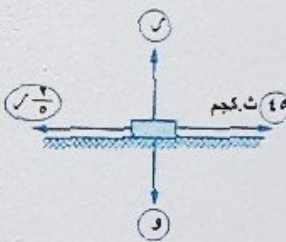
الحل :

من الاتزان :

$$9 = 2 \times 45$$

$$\therefore 9 = 2 \times 45$$

$$\therefore 9 = 112.5 \text{ كجم}$$



١١ (د)

الحل :

اللوحة متزن

$$\therefore 10 + 50 = 2$$

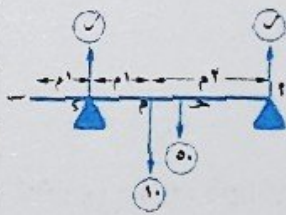
$$\therefore 2 = 30 \text{ كجم}$$

$$\therefore 2 \times 20 - 2 \times 10 + 9 \times 50 = 0$$

$$\therefore 70 = 2 \times 10$$

أي أن : الطفل يقف على بعد 1.4 م من الطرف «أ» لكي

يتساوى رد الفعل على الحاملين.



١٢ (د)

الحل :

الق // المستقيم ل

$$\therefore \text{ع.م.} = \text{ع.م.} = \text{ع.م.}$$

$$\therefore 20 = 2 \times 2 + 1 \times 2$$

$$\therefore 30 = 1 \times 2$$

$$\therefore \text{ع.م.} = \text{ع.م.} = \text{ع.م.}$$

$$\therefore 2 \times 2 - 1 \times 2 + 1 \times 2 = 6$$

$$12 \text{ نيوتن سم}$$

١٢ (ب)

الحل :

بفرض أن طول القضيب = 2 ل وحدة طول

ومن الاتزان :

$$\therefore 1 \times 2 = 2 \times 2$$

$$\therefore 2 \times 2 = 2 \times 2$$

$$\therefore 2 \times 2 = 2 \times 2$$

$$\therefore 2 \times 2 = 2 \times 2$$

$$\therefore 2 \times 2 = 2 \times 2$$

بالتعويض من (1) في (2) :

$$\therefore 2 \times 2 = 2 \times 2$$

$$\therefore 2 \times 2 = 2 \times 2$$

١٤ (ج)

١٥ (ج)

الحل :

$$(1, 2, 4) \times (0, 2, 4) = \vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$$

$$\begin{vmatrix} \vec{a} & \vec{b} & \vec{c} \\ 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix} =$$

$$\vec{a} (4 + 2) + \vec{b} 4 + \vec{c} 2 =$$

$$\therefore 2 = 4 + 2$$

١٦ (د)

الحل :

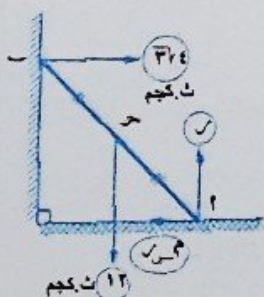
$$12 \text{ كجم}$$

$$2 \times 2 = 12 \times 2$$

$$2 \times 2 = 12 \times 2$$

$$\therefore 2 = 12$$

$$\therefore 2 = 12$$



$$\therefore 2 = 12$$



(د) ١٧

الحل :

$$٢ \text{ م} = \text{طال} = \text{طا} (٩٠ - \text{هـ}) = \text{طناه}$$

(ي) ١٨

الحل :

من هندسة الشكل :

$$(٠, ١٢, ٤) = \text{ب} , (٣, ٠, ٠) = \text{ا}$$

$$(٠, ١٢, ٠) = \text{د}$$

$$(٣, ٠, ٠) = \text{ا} - \text{ب} = \text{د} - \text{ب}$$

$$\vec{د} = \frac{\vec{ا} - \vec{ب}}{\|\vec{ا} - \vec{ب}\|} \times ١٣٠$$

$$\frac{(٣, ٠, ٠) - (٠, ١٢, ٤)}{\sqrt{(٣-٠)^2 + (٠-١٢)^2 + (٠-٤)^2}} \times ١٣٠ =$$

$$(٣٠, ٠, ٤٠) =$$

$$(٣, ١٢, ٠) = \text{د} - \text{ا} = \text{ب} - \text{ا}$$

$$\vec{ب} = \vec{ا} + \vec{د}$$

$$(٣٠, ٠, ٤٠) \times (٣, ١٢, ٠) =$$

$$\begin{vmatrix} \vec{د} & \vec{ص} & \vec{س} \\ ٣ & ١٢ & ٠ \\ ٣٠ & ٠ & ٤٠ \end{vmatrix} =$$

$$\vec{د} ٤٨٠ + \vec{ص} ١٢٠ =$$

(د) ١٩

الحل :

$$١٥ = \text{س}$$

$$١٥ \text{ م} = \text{س} , ١٥ \text{ م} = \text{س} \therefore ١٥ \text{ م} = \text{س}$$

$$\text{ج} = ٠ = \text{ل} \times ١٥ \times \text{ما} ٤٥ - ٢٢$$

$$\text{س} \times ١٥ \times \text{ما} ٤٥ =$$

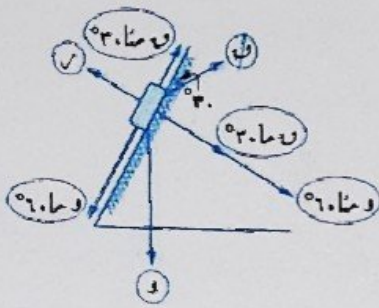
$$\therefore ٧,٥ = \text{س} \text{ ث.كجم}$$

$$\therefore ١٥ \text{ م} = ٧,٥$$

$$\therefore \frac{١}{٢} = \text{س}$$

(ي) ٢٠

الحل :



$$\therefore \text{س} \text{ ما} ٢٠ = \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times ١٠ = ١٧,٣ \text{ ث.كجم}$$

$$\text{و ما} ١٠ = \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times ١٠ = ٨,٦ \text{ ث.كجم}$$

$$\therefore \text{س} \text{ ما} ٢٠ = \text{و ما} ١٠$$

$$\therefore \text{قوة الاحتكاك} = ٠$$

(ي) ٢١

الحل :

$$\text{من الاتزان : } \text{س} = \frac{\sqrt{٣}}{٢} + \text{و} , \text{و} = \text{س}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{\sqrt{٣}}{٢} + \text{و} \quad (١)$$

$$\therefore \text{ج} = ٠$$

$$\therefore \text{و} \times \text{ما} ٢٠ - \text{س} \times \text{ما} ٢٠ = ٠$$

$$\therefore \frac{١}{٢} - \text{و} = \text{س} \quad (٢)$$

بالتعويض من (٢) في (١)

$$\therefore \frac{\sqrt{٣}}{٢} + \text{و} = \text{س} \quad (١)$$

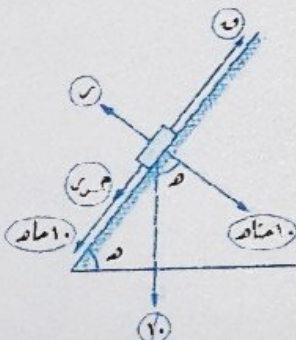
$$\therefore \frac{\sqrt{٣}}{٢} + \text{و} = \text{س} \quad (١)$$

(ب) ٢٢

(ج) ٢٣

الحل :

\* عندما يكون الجسم على وشك الحركة لأعلى :



$$\therefore \text{س} = \text{م} \text{ س} + \text{س} + ١٠ \text{ ما} ١٠ = \frac{١}{٢} + \text{س} = \frac{٤}{٥} \times ١٠ + \text{س}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{١}{٢} + ٨$$



(٢٤) (١)

الحل :

$$\text{ج.} = 100 \times 4 \text{ ما} = 400 = 200 \sqrt{2} \text{ نيوتن سم}$$

(٢٥) (١)

الحل :

$$\text{ج.} = \text{صفر}$$

$$\therefore 0 = 7 \times 5 - 2 \times 6 + 4 \times 4$$

$$\therefore 5 = 4 \text{ متر}$$

$$r = 10 \text{ ما} = \frac{2}{5} \times 10 = 4$$

$$\therefore 8 + 6 \times \frac{1}{4} = 9$$

$$= 11 \text{ نيوتن}$$

عندما يكون الجسم

على وشك الحركة لأسفل :

$$\therefore 5 + 6 \times \frac{1}{4} = 10 \text{ ما}$$

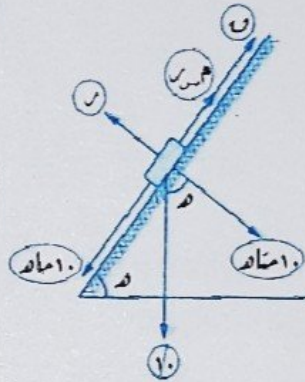
$$\therefore 6 \times \frac{1}{4} + 5 =$$

$$\frac{4}{5} \times 10 =$$

$$8 = 2 + 5$$

$$\therefore 5 = 5 \text{ نيوتن}$$

$\therefore$  النهايتين الصغرى والعظمى لمقدار القوة هما ٥ ، ١١ نيوتن





## اجابات اختبار على الوحدة الخامسة

١ (ج)

الحل :

$$ج = ٧ \times ٢٠ \sqrt{٢} = ٢١٠ \text{ نيوتن سم}$$

٢ (د)

الحل :

$\vec{ج}_1, \vec{ج}_2$  ازدواجين متزنين

$$\vec{ج}_1 - \vec{ج}_2 = \vec{ج}_1 - \vec{ج}_2 = \vec{ج}_1 - \vec{ج}_2$$

$$\vec{ج}_2 = (\vec{ج}_1 - \vec{ج}_1) - \vec{ج}_1 = \vec{ج}_1 - \vec{ج}_1 = \vec{ج}_1$$

٣ (ج)

الحل :

$$\vec{ج} \times \vec{ق} = \vec{ج} \times \vec{ق}$$

$$(٥٠, ٢٠) \times (٢٠, ٤٠) =$$

$$\vec{ج} ٢٤ = \vec{ج} (٤٠ - ٢٠) =$$

$$\vec{ج} = ٢٤$$

٤ (ج)

الحل :

في الشكل رقم (ج) :

المحصلة  $ج = ٠$

العزم حول أى نقطة فى المستوى = صفر

$\therefore$  مجموعة القوى متزنة  $\therefore$  الشكل (ج) يمثل ازدواج

٥ (د)

الحل :

المقياس الجبرى لعزم الازدواج  $ج = ج_1$

$$٥ \times ٨ - ١٤ \times ٧ =$$

$$= ١٣٨ \text{ وحدة عزم}$$

٦ (د)

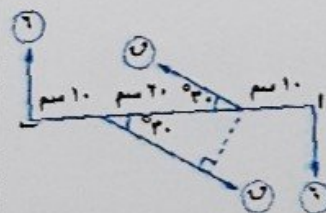
الحل :

القوتان (٦، ٦) تكونان

ازدواجاً القياس الجبرى له

$$٤٠ \times ٦ = ٢٤٠$$

$$= ٢٤٠ \text{ نيوتن سم}$$



القوتان (٦، ٦) تكونان ازدواج القياس الجبرى له

$$ج = ١٠ \times ١٠ = ١٠٠ \text{ نيوتن سم}$$

$\therefore$  القضيبي متزن  $\therefore ج_1 = ج_2$

$$\therefore ٢٤٠ = ١٠ \times ج \therefore ج = ٢٤ \text{ نيوتن}$$

٧ (د)

الحل :

$$ج = ١٠ \times ٢٠ + ١٠ \times ٢٠ = ٤٠٠$$

$$= ١٠٠٠ \text{ نيوتن سم}$$

٨ (د)

الحل :

$$\vec{ج} \parallel \vec{ق} \therefore$$

$$\frac{٢}{٣} = \frac{٢١}{٤١} = \frac{١٨}{١٨}$$

$$\therefore ١٢ = ١٢ \text{ سم}$$

$\therefore$  الصفيحة متزنة

$\therefore$  القوتان (٥٠٠، ٥٠٠)

تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى

$$٦٠٠٠ = ١٢ \times ٥٠٠ =$$

$\therefore$  معيار عزم الازدواج الذى يجعل  $\vec{ق}$  أفقيًا

$$= ٦٠٠٠ \text{ ث.جم.سم}$$

٩ (ب)

الحل :

$\therefore$  مجموعة القوى تكون ازدواج

$$\therefore ج_1 = ج_2 = ج_3 = ج_4 = \text{مقدار ثابت}$$

$$\therefore ٢٤٠ = ج_1 + ج_2 + ج_3 + ج_4 = ٥٠ + ج_2 + ج_3 + ج_4$$

$$\therefore ٢٤٠ = ج_1 + ج_2 + ج_3 + ج_4$$

$$\therefore ٢٤٠ = ج_1 + ج_2 + ج_3 + ج_4$$

$$\therefore ٤٨ = ج_1 + ج_2 = ٢٠ + ج_2$$

١٠ (د)

الحل :

$$\therefore ٥ = \frac{٤٥}{٩} = \frac{٢٥}{٥} = \frac{٢٠}{٤}$$

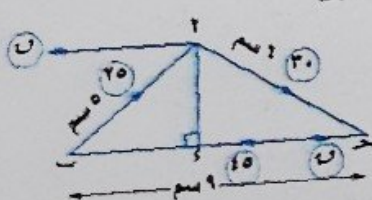
أضلاع المثلث  $٥$  ح تمثل القوى

تمثيلاً تاماً فى

اتجاه دورى واحد

$\therefore$  مجموعة القوى

تكافئ ازدواجاً





∴ القوتين (٢٠ ، ٢٠) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ج١)

$$∴ ج١ = ٨ \times ٢٠ = ١٦٠ \text{ نيوتن.سم}$$

، القوتين (١٥ ، ١٥) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ج٢)

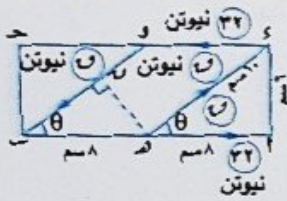
$$∴ ج٢ = ١٢ \times ١٥ = ١٨٠ \text{ نيوتن.سم}$$

، القوتين (٥ ، ٥) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ج٣)

$$∴ ج٣ = ٤.٨ \times ٥ = ٢٤ \text{ نيوتن.سم}$$

$$∴ ١٦٠ + ١٨٠ + ٢٤ = ٣٦٤ \text{ نيوتن.سم}$$

$$∴ ٣٦٤ = ٣٦٤ \text{ نيوتن.سم}$$



(ب) ١٥

الحل :

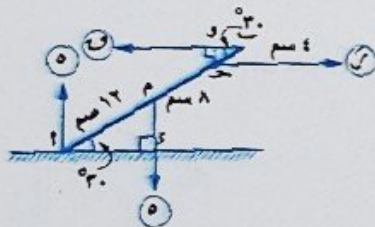
من هندسة الشكل :

$$\sin \theta = \frac{8}{12} \Rightarrow \theta = 40^\circ$$

∴ مجموعة القوى متزنة ،

$$∴ ٢٢ \times ٦ = ٤.٨ \times ٥$$

$$∴ ٤٠ = ٤٠ \text{ نيوتن}$$



(ب) ١٦

الحل :

القوتان اللتان مقدارهما ٥

، ثقل كجم تكونان

ازدواجاً القياس الجبرى لعزمه ج١

$$∴ ج١ = ٥ \times ٤ = ٢٠$$

$$= ٢٠ \times ١٢ \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= ٢٠ \times ٢٠ \text{ ثقل كجم.سم}$$

∴ الازدواج لا يتزن إلا مع ازدواج آخر يساويه فى العزم

ومضاد له فى الاتجاه

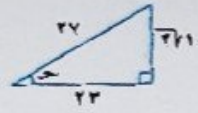
∴ القوتان اللتان مقدارهما ٥ ، ٥ تكونان ازدواجاً القياس

الجبرى لعزمه ج٢ = ٢٠ × ٢٠ ثقل كجم.سم

∴ ٥ = ٥ ، وخطا عملهما متوازيان ومتضادان

$$٢٠ \times ٥ = ٥ \times ٢٠$$

$$∴ ٢٠ \times ٥ = ٢٠ \times ٥$$



$$\frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$∴ معيار عزم الازدواج = ٢ \times \frac{1}{4} \times ٩ \times ٦ \times \frac{1}{2} = ١٠$$

$$= ١٠ \text{ نيوتن.سم}$$

∴ القوتان تؤثران فى نهايتى ٤ و ٤ وعموديتان عليها

$$∴ ١٠ \times ٤ = ٤ \times ١٠ = ٤٠$$

$$∴ ٤٠ = ٤٠ \text{ نيوتن.سم}$$

∴ القوتان هما ٤٥ ، ٤٥ نيوتن

(ب) ١١

(ج) ١٢

الحل :

$$(١) \quad \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = \vec{0}$$

$$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \vec{r}_3 \times \vec{F}_3 = \vec{0}$$

$$(٥، ٢) + (٣، ٦) \times (٣، ١) =$$

$$(١، ٥) \times (١، ٤) + (٤، ١) \times$$

$$(٢) \quad \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = \vec{r}_3 \times \vec{F}_3$$

من (١) ، (٢) :

∴ المجموعة تكافئ ازدواجاً معيار عزمه = ١٧ وحدة عزم.

(ب) ١٣

الحل :

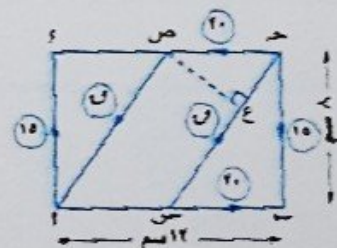
$$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = \vec{r}_3 \times \vec{F}_3$$

$$٥ = ٩ ، ٩ = ٩ ، ٣ = ٣$$

$$١ = ٣ + ٣ + ٥$$

(ج) ١٤

الحل :



$$ح = \sqrt{٨^2 + ٦^2} = ١٠ \text{ سم}$$

$$ص = ح \times ح = ١٠ \times ١٠ = ١٠٠$$

$$= ٤.٨ \times ٦ = ٢٨.٨$$







١ (ب)

الحل :

$$\frac{(2, -1, 2)}{\sqrt{4+1+4}} \times \sqrt{2} 50 = \frac{(2, -1, 2)}{\sqrt{5}} \times \sqrt{2} 50 = \overline{C}$$

$$(50\sqrt{2}, -50\sqrt{2}, 50\sqrt{2}) =$$

$$(50\sqrt{2}, -50\sqrt{2}, 50\sqrt{2}) \times (0, 2) = \overline{C} \times \overline{r} = \overline{r} \times \overline{C}$$

$$\overline{r} \times \overline{C} = \overline{C} \times \overline{r} = \overline{C} (200 - 100) =$$

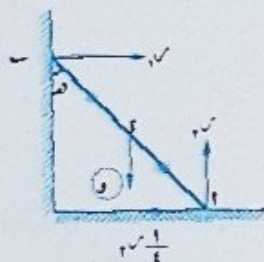
$$\overline{r} \times \overline{C} = \overline{C} \times \overline{r} = \overline{C} (200 - 100) =$$

$$\overline{r} \times \overline{C} = \overline{C} \times \overline{r} = \overline{C} (200 - 100) =$$

٢ (ج)

٣ (د)

الحل :



من الاتزان :

$$12 \times \frac{1}{4} = 60 \times \frac{1}{4}$$

$$12 \times \frac{1}{4} = 60 \times \frac{1}{4}$$

$$12 \times \frac{1}{4} = 60 \times \frac{1}{4}$$

وبفرض أن طول  $\overline{AB} = 2$  وحدة طول

$$0 = \overline{r} \times \overline{C}$$

$$(2) \quad 0 = \overline{r} \times \overline{C} = 2 \times 12 - 60 \times 1 = 24 - 60 = -36$$

بالتعويض من (١) في (٢) :

$$0 = 2 \times 12 - 60 \times 1 = 24 - 60 = -36$$

$$\frac{1}{4} = \frac{60}{12} = 5$$

$$\frac{1}{4} = 5$$

٤ (١)

الحل :

$$(1, -4, 2) = \overline{A} = \overline{r}$$

$$\begin{vmatrix} \overline{r} & \overline{C} & \overline{S} \\ 1 & -4 & 2 \\ 1 & 1 & 5 \end{vmatrix} = \overline{r} \times \overline{C} = \overline{C} \times \overline{r} = \overline{C} (20 + 12) =$$

$$\overline{r} \times \overline{C} = \overline{C} \times \overline{r} = \overline{C} (20 + 12) =$$

$$9 = 12 \quad 50 = 12 + 4$$

٥ (١)

الحل :

من هندسة الشكل :

$$(0, 2, 1) = \overline{B} \quad (2, 2, 0) = \overline{A}$$

$$(2, 0, 1) = \overline{A} - \overline{B} = \overline{C}$$

٢٣ (ب)

الحل :

المجموعة تكافئ ازدواج

$$\overline{C} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{D}$$

$$\overline{C} = (2, -1, 2) + (2, 1, 2) =$$

$$\overline{C} = (2, -1, 2) + (2, 1, 2) =$$

$$\overline{C} = (4, 0, 4)$$

$$2 = 1 + 1$$

٢٤ (١)

الحل :

$$\overline{r} \times \overline{C} = \overline{C} \times \overline{r} = \overline{C} (12 \times 1 - 60 \times 8) =$$

$$\overline{r} \times \overline{C} = \overline{C} \times \overline{r} = \overline{C} (12 \times 1 - 60 \times 8) =$$

المجموعة القوى تكافئ ازدواج

القياس الجبري لعزم الازدواج  $\overline{C}$

$$\overline{r} \times \overline{C} = \overline{C} \times \overline{r} = \overline{C} (12 \times 1 - 60 \times 8) =$$

$$\overline{r} \times \overline{C} = \overline{C} \times \overline{r} = \overline{C} (12 \times 1 - 60 \times 8) =$$

٢٥ (ب)

الحل :

$$\overline{r} \times \overline{C} = \overline{C} \times \overline{r} = \overline{C} (12 \times 1 - 60 \times 8) =$$

$$(4, 2) \times (2, -4, 1) =$$

$$\overline{C} (4 \times 2 + 6 - 16 - 1) =$$

$$\overline{C} (22 - 11 + 1) =$$

$$10 = 22 - 11 + 1$$

$$12 = 22 + 1$$

$$1 = \frac{2}{2} + \frac{1}{2}$$



٨ (ج)

الحل :

$$20 \times 6 = 120$$

$$180 = \text{ث.كجم}$$

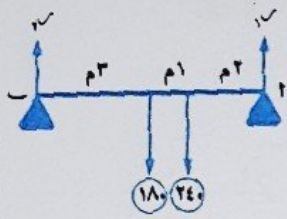
∴ اللوح الخشبي متزن

$$\therefore \text{ع} = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{صفر} = 6 \times 20 + 4 \times 240 - 3 \times 180$$

$$\therefore 20 = \text{ث.كجم}$$

$$\therefore 20 = \text{ض.كجم}$$



٩ (i)

الحل :

$$\text{ع} = 30 - 70 = 40 \text{ نيوتن}$$

$$\frac{40}{100} = \frac{70}{100} = \frac{30}{100}$$

$$\therefore 170 = \frac{100 \times 70}{40} = 175 \text{ سم}$$

∴ بعد نقطة تأثير المحصلة عن ق = 175 سم



١٠ (i)

الحل :

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{D} = (4, 3) = \vec{A} + \vec{B} + \vec{D}$$

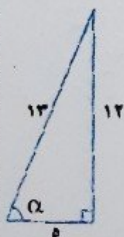
$$\therefore \vec{C} \times \vec{A} = \vec{B} \times \vec{A} + \vec{D} \times \vec{A}$$

$$(4, 3) \times (2, 1) =$$

$$\vec{C} \cdot 10 = \vec{B} \cdot (6 + 4) =$$

∴ طول العمود الساقط من و على خط عمل

$$\vec{C} = \frac{\|\vec{C}\|}{\|\vec{A}\|} = \frac{10}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = 2 \text{ وحدة طول}$$



١١ (ج)

الحل :

$$70 = 0 \times \theta + 12 \times \theta$$

$$\therefore 12 = \theta + \theta + \theta$$

$$\therefore \frac{12}{13} = \theta + \theta + \theta$$

وبفرض أن  $\alpha$  قياس زاوية بحيث ما  $\alpha = \frac{12}{13}$

$$\therefore \frac{0}{13} = \alpha$$

$$\therefore 1 = \theta \alpha + \theta \alpha + \theta \alpha$$

$$\frac{(2, 1) \times (1, 1)}{\sqrt{2^2 + 1^2}} \times \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} = 1$$

$$(28, 14) =$$

$$(28, 14) \times (2, 2) = \vec{C} \times \vec{A} = \vec{B} \times \vec{A}$$

$$\begin{vmatrix} \vec{C} & \vec{B} & \vec{A} \\ 2 & 2 & 0 \\ 28 & 0 & 14 \end{vmatrix} =$$

$$28 \times 28 + 28 \times 28 - 0 =$$

٦ (ب)

الحل :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 20 = \text{ث.كجم}$$

معادلتا الاتزان :

$$\text{ع} + \text{م} = 60$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{2}} + \text{ع} = 60$$

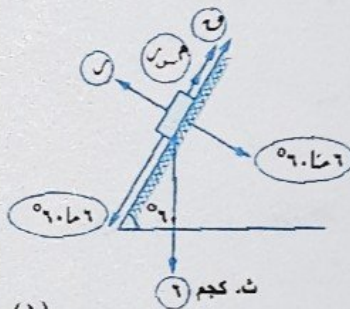
$$\therefore \text{ع} = 60 - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{ع} = 2 \text{ ث.كجم}$$

بالتعويض من (٢) في (١) :

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{2}} = 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \text{ع}$$

$$\therefore \text{ع} = 2 \text{ ث.كجم}$$



(١)

(٢)

٧ (ج)

الحل :

معادلتا الاتزان :

$$22 \text{ م} = \frac{1}{4} \text{ م} + \text{و}$$

$$\therefore \frac{12}{13} \times 22 = \frac{1}{4} \times 22 + \text{و}$$

$$\therefore \text{و} = 22 - \frac{1}{4} \times 22$$

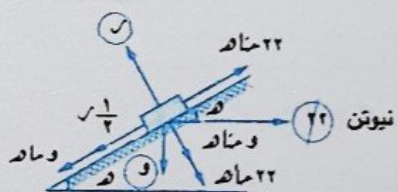
$$\therefore \text{و} = 22 - \frac{1}{4} \times 22 = 22 - 5.5 = 16.5$$

بالتعويض من (١) في (٢) :

$$\therefore \frac{0}{13} \times \text{و} + \left( \frac{12}{13} \times \text{و} + \frac{0}{13} \times 22 \right) \frac{1}{4} = \frac{12}{13} \times 22$$

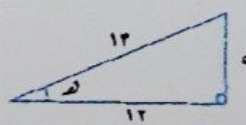
$$\therefore 0 + 0 + 0 = 264$$

$$\therefore \text{و} = 19 \text{ نيوتن}$$



(١)

(٢)



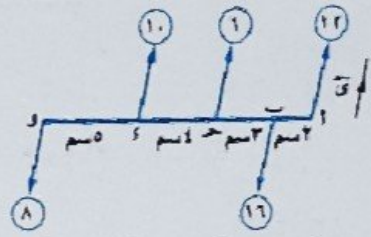






(ج) ١٩

الحل



$$\vec{C} = \vec{12} + \vec{1} + \vec{10} - \vec{16} - \vec{14} = \vec{8}$$

$$\vec{C} = 8 \text{ ن}$$

∴ مجموعة عزوم القوى حول  
= عزم المحصلة حول

$$\therefore 5 \times 10 + 9 \times 1 + 12 \times 1 - 14 \times 12 = 8 \times 4$$

$$\therefore 20 \text{ سم} = 2 \text{ م} \quad \therefore 2 \text{ م} \neq 2 \text{ م}$$

(د) ٢٠

الحل:

من الاتزان:

$$10 \text{ كجم} = 1 \text{ م}$$

$$1 \text{ م} = 1 \text{ م}$$

$$\therefore 10 \times \frac{1}{4} = 5 \text{ كجم}$$

(ب) ٢١

الحل:

بفرض أن:

$$\vec{C} = 4 \text{ ن} \quad \vec{C} = 4 \text{ ن}$$

∴ مجموع عزوم القوى حول  
= عزم المحصلة حول

$$\therefore 2 \times 1 - 7 \times 1 - 9 \times 1 = 4 \times 1$$

$$\therefore 4.75 \text{ سم}$$

(د) ٢٢

الحل:

القوتان ٢٠، ٢٠ نيوتن

تكونان ازدواج القياس الجبري لعزمه = ج

$$\therefore 18 \times 20 - 270 = 20 \times 2$$

القوتان ٩، ٩ نيوتن

تكونان ازدواج القياس الجبري لعزمه = ج

$$\therefore 20 \times 9 = 180 \text{ ث.جم.سم}$$

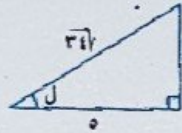
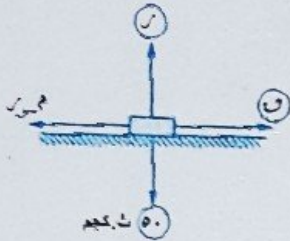
∴ القياس الجبري لعزم الازدواج المحصل ج

$$= 180 - 90 = 90 \text{ ث.جم.سم}$$

$$\therefore 20 \times 9 = 180 \text{ ث.جم.سم}$$

(ج) ٢٣

الحل:



$$\therefore 25 \text{ ن}$$

$$\therefore 25 \text{ ن} = 25 \text{ ن}$$

$$\therefore 25 \text{ ن} = 25 \text{ ن}$$

من الاتزان:

$$50 \text{ كجم} = 1 \text{ م}$$

$$1 \text{ م} = 1 \text{ م}$$

$$\therefore 50 \times \frac{1}{2} = 25 \text{ كجم}$$

(د) ٢٤

الحل:

بفرض أن:

طول ضلع المعين

= ل وحدة طول

ومن هندسة الشكل:

$$\therefore 1 \text{ ل} = 1 \text{ ل}$$

$$\therefore 1 \text{ ل} = 1 \text{ ل}$$

∴ الصفيحة متزنة تحت تأثير ازدواجين

$$\therefore 10 \times 3 \sqrt{2} \text{ ل} = 10 \times 3 \text{ ل}$$

$$\therefore 10 \text{ نيوتن}$$

(د) ٢٥

الحل:

بفرض أن طول القضيب = ٢ ل وحدة طول

$$\therefore 10 \text{ ن} = 10 \text{ ن}$$

$$\therefore 10 \text{ ن} = 10 \text{ ن}$$

$$\therefore 10 \text{ ن} = 10 \text{ ن}$$



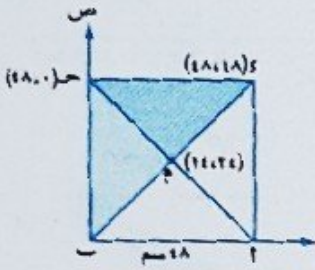




كتلة الجزء هـ دل و ٢ ك عند (٢، ٤، ٥)  
 كتلة الجزء و هـ ٤ ك عند (٢، ١، ٥)  
 $\therefore$  س م =  $\frac{١.٥ \times ٤ + ٤.٥ \times ٢}{٢} = ٣.٥$  سم  
 $\therefore$  بعد مركز الثقل عن س ٣.٥ سم

١٦ (ج)

الحل:



مساحة الجزء المقطوع

Δ ح م س

مساحة المربع

٨ ح ٤ = ١

مركز الثلث ح م س =  $\left(\frac{٤٨ + ٤٨ + ٢٤}{٣}, \frac{٠ + ٤٨ + ٢٤}{٣}\right)$

(٤٠، ٢٤) =

مركز الثلث ح م س =  $\left(\frac{٤٨ + ٢٤ + ٠}{٣}, \frac{٠ + ٢٤ + ٠}{٣}\right)$

(٢٤، ٨) =

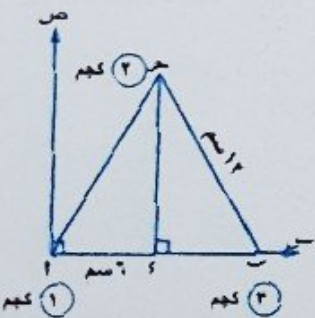
الكتل	ل	ل - $\frac{١}{٤}$ ك	ل $\frac{١}{٤}$ ك
س	٢٤	٢٤	٨
ص	٢٤	٤٠	٢٤

ص م =  $\frac{٢٤ \times \frac{١}{٤} + ٤٠ \times \frac{١}{٤} - ٢٤ \times ١}{\frac{١}{٤} + \frac{١}{٤} - ١} = ٢٠$  سم

$\therefore$  مركز ثقل الصفيحة يبعد عن س مسافة ٢٠ سم

١٢ (ج)

الحل:



ح و = ١٢ ح ٦

٦ ح ٣

تؤثر الكتلة (١) كجم

عند (٠، ٠)

تؤثر الكتلة (٢) كجم عند (٠، ١٢)

تؤثر الكتلة (٣) كجم عند (٣، ٦)

$\therefore$  س م =  $\frac{٦ \times ٢ + ١٢ \times ٣ + ٠ \times ١}{٦} = ٨$

ص م =  $\frac{٣ \times ٦ \times ٢ + ٠ \times ٣ + ٠ \times ١}{٦} = ٣$

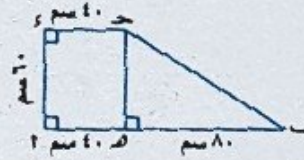
$\therefore$  مركز ثقل المجموعة هو (٨، ٣)

$$\begin{aligned} ٤.٥ &= \frac{٠ \times ٤ + ٦ \times ١٢}{١٦} = \text{س م} \\ ٠.٥ &= \frac{٢ \times ٤ + ٠ \times ١٢}{١٦} = \text{ص م} \\ \therefore \frac{١}{٩} &= \frac{٠.٥}{٤.٥} = \text{طام} \end{aligned}$$

٨ (ج)

الحل:

مساحة المستطيل ٩ ح و : مساحة المثلث ح ب



$$٦٠ \times ٨٠ \times \frac{١}{٣} : ٦٠ \times ٤٠ =$$

$$١ : ١ =$$

وبفرض أ ب = ٤

محوري إحداثيات موجبين

$\therefore$  نفرض أن كتلة المستطيل

= ل وتؤثر عند النقطة (٢٠، ٢٠)

$\therefore$  كتلة المثلث = ل وتؤثر عند النقطة

$$\left(٢٠, \frac{٢٠}{٣}\right) = \left(\frac{٠ + ٦٠ + ٠}{٣}, \frac{١٢٠ + ٤٠ + ٤٠}{٣}\right)$$

$$٢٥ = \frac{ل ٢٠ + ل ٢٠}{ل ٢} = \text{ص م}$$

$\therefore$  بعد مركز ثقل الصفيحة عن أ ب = ٢٥ سم.

٩ (ج)

الحل:

٢ (٠، ٠)، ب (٠، ٤)، ح (٢، ٠)

$\therefore$  م (مركز ثقل المجموعة)

$$\left(١, \frac{٤}{٣}\right) = \left(\frac{٢ + ٠ + ٠}{٣}, \frac{٠ + ٤ + ٠}{٣}\right) =$$

١٠ (ج)

الحل:

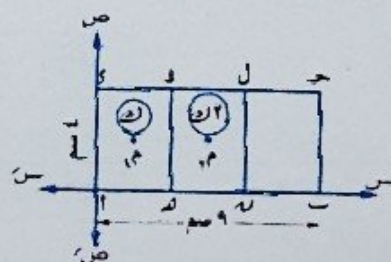
$$٥ = \frac{٠ \times ٤٠ + ٠ \times ١٠ + ٦٠ \times ٢٠ + ١٠ \times ٢٠}{٤٠ + ١٠ + ٢٠ + ٢٠} = \text{س م}$$

$$٦ = \frac{١٠ \times ٤٠ + ٠ \times ١٠ + ٠ \times ٢٠ + ٦٠ \times ٢٠}{٤٠ + ١٠ + ٢٠ + ٢٠} = \text{ص م}$$

$\therefore$  مركز الثقل عند (٦، ٥)

١١ (ب)

الحل:

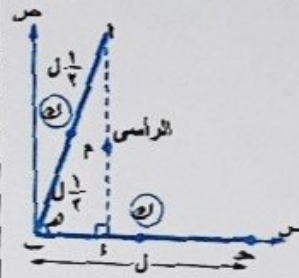




(د) ١٤

الحل :

الكتلة	ك	ك
س	$\frac{1}{4}ل$ مائه	$\frac{1}{4}ل$
ص	$\frac{1}{4}ل$ مائه	٠



$$س = \frac{ك \times \frac{1}{4}ل + ل \times \frac{1}{4}ل}{ك + ل} = \frac{1}{4}ل مائه + \frac{1}{4}ل مائه$$

$$ص = \frac{ك \times \frac{1}{4}ل مائه}{ك + ل} = \frac{1}{4}ل مائه$$

∴ س ح أفقياً

$$\therefore مائه = \frac{س}{1} = \frac{\frac{1}{4}ل + \frac{1}{4}ل}{1} = \frac{1}{2}ل مائه$$

$$\therefore مائه = \frac{1}{4}ل + \frac{1}{4}ل مائه$$

$$\therefore مائه = \frac{1}{2}ل مائه$$

(ج) ١٥

الحل :

النسبة بين مساحتي الجزء المقطوع :

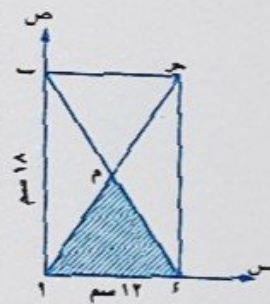
المستطيل مكتمل = ١ : ٤

مركز ثقل الجزء المقطوع هو

(٢ ، ٦) =

مركز ثقل المستطيل

مكتمل هو (٩ ، ٦)



ك	ك	ك - ل
س	٦	٦
ص	٩	٣

$$\therefore ص = \frac{ك \times ٩ - ل \times ٦}{ك - ل} = \frac{٢ \times ٩ - ٩ \times ٦}{٩ - ٦} = ١١$$

∴ مركز ثقل الجزء المتبقى يبعد ١١ سم عن أ

(ج) ١٦

الحل :

$$\frac{1}{4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore ك = ٢$$

∴ الكتلتين ٢ ك ، ٢ ك متساويتين

∴ مركز ثقل الكتلتين ٢ ك ، ٢ ك عند ٩ ، س يقع في

منتصف أ ب أي على بعد ٦ سم من ب

(ب) ١٧

الحل :

$$س = \frac{٢ \times ٤ - ٢ \times ٤}{٢} = ٢$$

$$ص = \frac{٢ \times ٤ - ٥ \times ٤}{٢} = ٦$$

∴ مركز الثقل للجزء الباقي يقع عند النقطة (٢ ، ٦)

(د) ١٨

(د) ١٩

الحل :



من هندسة الشكل :

مساحة المثلث : مساحة المربع = ٦ : ٨ = ٣ : ٨

∴ كتلة المثلث = ٢ ك ومركز ثقله عند م

، كتلة المربع = ٨ ك ومركز ثقله عند م

، ∴ م = ٤ وحدات طول

مركز ثقل المجموعة عند النقطة م

$$\therefore \frac{٨}{٢} = \frac{٢}{٢} م \therefore م = ٢$$

$$\therefore م = \frac{٢}{٨} + \frac{٢}{٨} م \therefore م = ٤$$

$$\therefore م = \frac{٢}{١١} وحدة طول$$

مركز الثقل يقع بين ١ ، ٢ وأقرب إلى ٢

(ج) ٢٠

الحل :

كتلة الدائرة م : كتلة الدائرة م = ٢ × π × ٤ : ١٦ × π

$$٢ : ١ =$$

ويفرض أن مركز ثقل المجموعة يقع عند ١ حيث ١ م ∃ م

$$\therefore \frac{٢}{١} = \frac{٩}{١} م \therefore ٢ م = ٩ م$$

$$\therefore م = ٦ سم$$

$$\therefore م = ٢ سم$$

∴ مركز ثقل المجموعة يبعد عن م مسافة ٢ سم

(ج) ٢١

الحل :

يفرض أن كتلة المربع الأصلي هي ٤ ك وتعمل في النقطة

(ل ، ل)

والمربع المفصول ك وتعمل في (ل ، ل)



١ (أ)

الحل:

$$\therefore (0, 6), (0, 0), (8, 0) \\ \therefore \text{مركز ثقل الصفيحة} = \left( \frac{8+0+0}{3}, \frac{0+0+6}{3} \right) = \left( \frac{8}{3}, 2 \right)$$

٢ (ب)

الحل:

$$E = \text{صفر}$$

$$\therefore 0 = 4 \times 20 + 2 \times 0 - 4 \times 12$$

$$\therefore 0 = 16 \text{ نيوتن}$$

٣ (ج)

الحل:

$$E = \text{صفر}$$

$$\therefore 0 = 6 \times 4 - 8 \times 2$$

$$\therefore 0 = 2 \text{ نيوتن}$$

٤ (أ)

الحل:

$$\therefore E = \text{صفر}$$

$$\therefore 7 = (1-) \times 1 - 2 \times 2$$

$$\therefore 2 = 2$$

٥ (ب)

الحل:

من الاتزان:

$$3\sqrt{2} = 6 \text{ ماض}$$

$$\therefore \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3 \text{ ماض}$$

٦ (ب)

الحل:

$$\frac{17}{12} = \frac{1 \times 7 + 2 \times 5}{7+5} = \text{س}$$

$$\frac{2}{8} = \frac{9}{12} = \frac{2 \times 7 + (1-) \times 5}{7+5} = \text{ص}$$

$$\therefore \text{مركز الثقل يؤثر في النقطة} \left( \frac{2}{8}, \frac{17}{12} \right)$$

$$\text{س} = \frac{4 \times 2 - 4 \times \frac{1}{2}}{4-2} = \frac{4-2}{2} = 1$$

$$\text{ص} = \frac{4 \times 2 - 4 \times \frac{2}{2}}{4-2} = \frac{4-4}{2} = 0$$

$$L = \frac{0}{2} = 0$$

$$\therefore \text{مركز الثقل} = \left( L, \frac{0}{2} \right) = (0, 0)$$

٧ (د)

الحل:

الكتلة	في ١	في مركز الكرة
١	١	$\frac{1}{2}$
١١٠	٥٠	١١٠

$$\therefore \text{س} = \frac{110 \times \frac{1}{2} + 50 \times 1}{1.5} = 70 \text{ سم}$$

٨ (أ)

الحل:

$\therefore$  المركز الهندسي للمثلث هو مركز ثقل الصفيحة

$$\text{س} = \frac{2 + (1-) + 1}{2} = 1$$

$$\text{ص} = \frac{1+2}{2} = 1.5$$

$$\therefore \text{مركز الثقل} = (1, 1)$$

٩ (ب)

الحل:

$$\therefore (2, 1) \times 2 + (0, 2, 5) \times 2 + (4, 6) \times 2 = 2 + 2 + 2$$

$$\therefore (2, 1) \times 2 + (0, 2, 5) \times 2 + (4, 6) \times 2 = 2 + 2 + 2$$

$$\left( \frac{2+2+2}{2+2+2}, \frac{1+2+5}{2+2+2} \right) =$$

$$\therefore \frac{2+2+2}{2+2+2} = 1$$

$$\therefore 2+2+2 = 2+2+2$$

$$\therefore 0 = 0$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{0 \times 2 + 22}{0+0} = 22$$

١٠ (ب)







$$\therefore \overline{E_3} = \overline{E_6} = 10$$

$$\therefore \text{ص} = 0$$

$$\therefore \text{النقطة هي } (0, 0)$$

١٥ (ج)

الحل :

بفرض أن وزن القضيب

و.ث.كجم

ويؤثر في نقطة م حيث :

$$\text{ح م} = \text{س}$$

\* عند تعليق الثقل ٦ ث.كجم عند ٩ :

القضيب على وشك الدوران حول ح

$$\therefore \text{س} = \text{صفر}$$

القضيب متزن تحت تأثير ثلاث قوى مقاديرها هي

$$\text{س} ، ٩ ، ٦ \text{ ث.كجم}$$

$$\therefore ٦ \times ١٠ = ٩ \times \text{س}$$

$$\therefore \text{س} = ٦٠$$

\* عند تعليق الثقل ٩ ث.كجم

عند ب :

القضيب على وشك

الدوران حول د

$$\therefore \text{س} = \text{صفر}$$

القضيب متزن تحت تأثير ثلاث قوى

مقاديرها س ، ٩ ، ٦ ث.كجم

$$\therefore ١٠ \times ٩ = (١٠ - \text{س}) \times ٦$$

$$\therefore ٩٠ = ٦٠ - ٦\text{س}$$

$$\text{بالتعويض من (١) في (٢) : } ٩٠ = ٦٠ - ٦\text{س}$$

$$\therefore ١٥ = \text{س}$$

وبالتعويض في (١) :  $\therefore ١٥ = \text{س}$

$$\therefore \text{س} = ٤ \text{ سم}$$

بُعد نقطة تأثير وزنه عن ٩ = ١٠ + ٤ = ١٤ سم

١٦ (د)

الحل :

القضيب على وشك الحركة بعيداً عن الحائط

القوة الاحتكاك النهائي تؤثر في

اتجاه الحائط

معادلات الاتزان :

$$\text{س} = ٢٢ \text{ ث.كجم}$$

$$\text{س} = ٤ + \text{س}$$

$$\therefore \text{س} = ٢٢ - ٤$$

$$\therefore \text{س} = ١٨$$

$$\therefore ٢٢ \times \text{س} = ٤ \times ١٠ + ٢ \times \text{س} \times ١٠$$

$$\therefore \text{س} = ١٦$$

من (١) :

$$\therefore ١٦ = ٢٢ - \text{س} \quad \therefore \text{س} = ٦$$

١٧ (١)

الحل :

$$\overline{E_1} = \overline{E_2}$$

$$\therefore \overline{E_1} = \overline{E_2} + \overline{E_3}$$

$$\therefore \overline{E_1} = \overline{E_2} + \overline{E_3}$$

$$\therefore ٢ = ٤ + ٢$$

$$\therefore (٢, ٤, ٢) = (٢, ٤, ٢)$$

١٨ (د)

الحل :

من اتزان الكتلة د

$$\text{س} = ٤$$

من اتزان الكتلة د

$$\text{س} = ٤ ، \text{س} = ٤$$

$$\therefore \text{س} = ٤ ، \text{س} = ٤$$

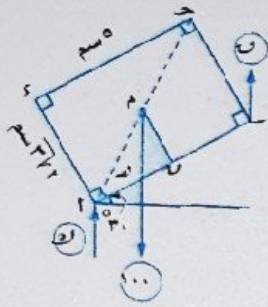
من (١) ، (٢) :

$$\therefore \text{س} = ٤ ، \text{س} = ٤$$



(٢٢)

الحل:



$$\therefore \text{م} = \frac{1}{4} \times 20 = 5$$

$$\therefore \text{سم} = 5$$

في  $\Delta$  م م م:

$$\text{م} = \text{م} = \text{م} = 20 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{م} = \frac{1}{4} \times 20 = 5 \text{ سم}$$

$$\therefore 1.5 = 1 - 2.5 = 1.5 \text{ سم}$$

$$(١) \therefore \text{المجموعة مقترنة: } 100 = \text{ك} + \text{ق} \therefore$$

$$\therefore \text{ع} = 0$$

$$\therefore 0 = 20 \times 5 \times 0 + 20 \times 1.5 \times 100$$

$$\therefore 20 = \text{ق}$$

$$\text{ومن (١): } 70 = \text{ك} \therefore \text{ق} = 30$$

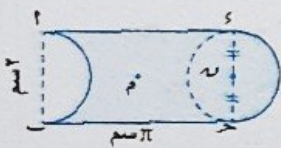
(٢٣)

الحل:

$$\text{ع} = 2 \times 20 + 1 \times 12 - 6 \times 8 = 0$$

(٢٤)

الحل:



مساحة الدائرة م:

مساحة المستطيل بدون الدائرة

$$\pi \times \text{نق}^2 = \pi \times 2^2 - \pi \times 1^2 \therefore \text{نق} = 1 \text{ سم}$$

$$1 : 1 = \pi : \pi = \pi - \pi^2 : \pi =$$

 $\therefore$  مركز الثقل يقع في منتصف م م

$$\therefore \text{م} = \frac{1}{4} \times 20 = 5$$

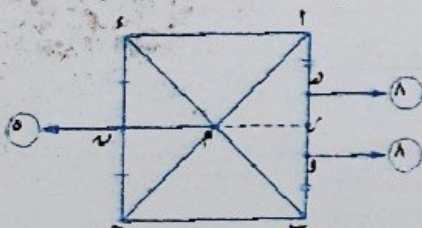
(٢٥)

الحل:

بفرض أن م م م = م م م = م م م

$$\therefore \text{ع} = 8 \times 8 + 8 \times 8 = 128$$

= صفر



$$\therefore \text{م} = \text{م} = \text{م} = 20$$

$$\therefore \frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{4}{20}$$

(٢٦)

الحل:

$$\vec{u} = \vec{u} + \vec{v} = \vec{u} + \vec{v} = \vec{u} + \vec{v}$$

$$\vec{u} = \vec{u} + \vec{v} = \vec{u} + \vec{v} = \vec{u} + \vec{v}$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \vec{u} \times \vec{v}$$

$$(\vec{u} \times \vec{v}, \vec{u} \times \vec{v}, \vec{u} \times \vec{v}) \times (\vec{u} \times \vec{v}, \vec{u} \times \vec{v}, \vec{u} \times \vec{v}) =$$

$$\begin{vmatrix} \vec{u} & \vec{v} & \vec{u} \times \vec{v} \\ \vec{u} & \vec{v} & \vec{u} \times \vec{v} \\ \vec{u} & \vec{v} & \vec{u} \times \vec{v} \end{vmatrix} =$$

$$= 16 \vec{u} - 24 \vec{v} + 24 \vec{u} = 40 \vec{u} - 24 \vec{v}$$

(٢٧)

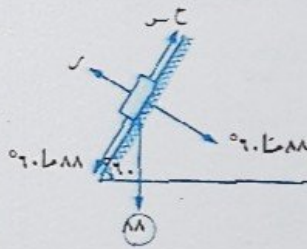
الحل:

من اوزان الجسم

$$\text{ح} = 88 \text{ م} = 88$$

$$\frac{88}{2} \times 88 =$$

$$= 3872 \text{ نيوتن}$$



(٢٨)

الحل:

$$\therefore \text{ع} = 20$$

$$\frac{20}{1} = \frac{20}{1}$$

$$\frac{20}{1} = \frac{20}{1}$$

$$\frac{20}{1} = \frac{20}{1}$$

$$\therefore \text{ع} = 20$$

$$\frac{20}{1} = \frac{20}{1}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{2}{2}$$

$$\therefore \text{ع} = 20$$

$$\therefore \text{ع} = 20 - 40 = 20$$

 $\therefore$  نقطة تأثير المحصلة تتحرك مسافة 20 سم



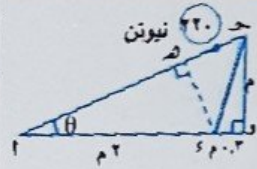
## اجابات اختبارات الكتاب المدرسي

### الاختبار الأول

١

- (١) (د) (٢) (ب) (٣) (ب) (٤) (ج) (٥) (ب) (٦) (ب)

٢



$$ج (١) = 22.0 \times 6 = 132.0$$

$$= 22.0 \times 2 = 44.0$$

$$\therefore 2 = \frac{\sqrt{22.0^2 + 6.0^2}}{1.0} = \frac{\sqrt{500}}{1.0} = 22.36$$

$$\therefore ج = 170.44 = \frac{1.0}{22.36} \times 2 \times 22.0 = 1.92$$

$\therefore$  مقدار العزم = 170.44 نيوتن. متر



(ب)  $\therefore$  الجسم على

وشك الحركة

$\therefore$  الجسم متزن

ومن قاعدة لامي:

$$\frac{W}{(J + M) - 180} = \frac{U}{(J - Y) - 90}$$

$$\frac{W}{(J + M) - 90} = \frac{U}{(J - Y) - 90}$$

$$\therefore \frac{U}{(J + M) - 90} = \frac{W}{(J - Y) - 90} \quad \therefore \frac{U}{(J - Y) - 90} = \frac{W}{(J + M) - 90}$$

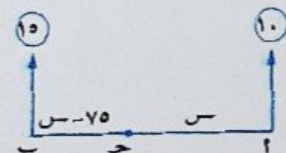
ويكون مقدار  $U$  أقل ما يمكن عندما  $M$  (ي - ج) أكبر ما يمكن

$$أي: M = (J - Y) = 1 \quad \therefore Y = J - 1$$

$\therefore Y = J$   $\therefore$  مقدار أقل قوة =  $W$  و  $M$  (ج + م)

وتصنع مع المستوى لأعلى زاوية قياسها (ج)

٣



$$ج (١) = 10 + 10 = 20$$

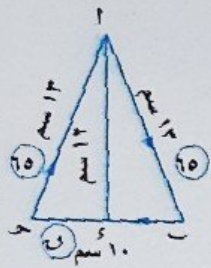
وفى نفس اتجاه القوتين

$$\therefore 10 \text{ سم} = 10 (70 - \text{سم})$$

$$\therefore 2 \text{ سم} = 3 (70 - \text{سم})$$

$$\therefore 225 = 5 \text{ سم} \quad \therefore 45 = 5 \text{ سم}$$

أي: خط عمل المحصلة يبعد عن 4 مسافة 45 سم



(ب)  $\therefore$  مجموعة القوى

تكافئ ازدواجاً

$\therefore$  القوى فى اتجاه

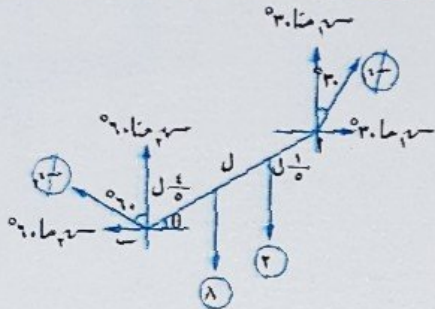
$$\frac{U}{1.0} = \frac{70}{13}$$

$$\therefore U = 5.0 \text{ نيوتن}$$

$$\text{معيار عزم الازدواج} = 2 \times \left( 12 \times 10 \times \frac{1}{4} \right) \times \frac{70}{13}$$

$$= 6.0 \text{ نيوتن. سم}$$

٤



معادلات الاتزان:  $30 \text{ م.م} = 60 \text{ م.م}$

(١)

$$\therefore \frac{30}{2} = \frac{1}{2} \quad \therefore 30 = 1$$

$$10 = 60 + 30 \text{ م.م}$$

(٢)

$$\therefore 10 = \frac{1}{2} + \frac{30}{2}$$

من (١)، (٢):

$$\therefore 30 = 5 \text{ نيوتن}, 5 = 0 \text{ نيوتن}$$

$\therefore$  صفر

$$\therefore 8 - \frac{4}{5} \times 2 - \frac{4}{5} \times 2 = 0$$

$$- 20 \times 30 + 2 \times 20 \times 30 = 0$$

$$\therefore 2 \times 20 = 0$$

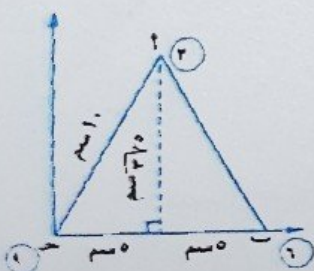
بالقسمة على 2

$$\therefore 10 = 10 + 20 \times 30 - \frac{18}{5} - \frac{22}{5}$$

$$\therefore 1 = 20 \times 30 = 0 \quad \therefore 1 = 20 \times 30$$

$$\therefore 20 = 0$$

أي: القضيب يميل على الأفقى بزاوية قياسها 30°



ح	س	م	(ب)
٩	٦	٣	الكتلة
٠	١٠	٥	س
٠	٠	٣٦٥	ص

وتكون إحداثيات مركز ثقل المجموعة هي:



$$\frac{4.7}{72} = \frac{2.5 \times 7 + \frac{27}{4} \times 5}{12} = \text{سم م}$$

∴ مركز الثقل يبعد عن حـ بمقدار  $\frac{4.7}{72}$  سم

$$\frac{100}{72} = \frac{2.5 \times 7 + \frac{5}{4} \times 5}{12} = \text{سم م}$$

∴ مركز الثقل يبعد عن حـ بمقدار  $\frac{100}{72}$  سم

## الاختبار الثاني

- ١ (١) ٢ (١) ٣ (١) ٤ (ب) ٥ (ب) ٦ (ب)

$$(1) \vec{r} \times \vec{a} = \vec{c} \times \vec{a} = \vec{d} \quad (1) \quad (2, 1, -5) \times (1, 2, 1) = \vec{c} \times \vec{a} = \vec{d}$$

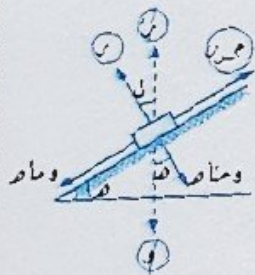
$$\begin{vmatrix} \vec{r} & \vec{a} & \vec{c} \\ 2 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$\vec{r} \cdot \vec{a} = \vec{c} \cdot \vec{a} = \vec{d} \cdot \vec{a} = 7 - 5 + 1 = 3$$

طول العمود المرسوم من و على خط عمل ق

$$\frac{\|\vec{r}\|}{\|\vec{a}\|} = \frac{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-5)^2}}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}} = \sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} = \frac{19.6}{3.5} = 5.6 \text{ وحدة طول}$$



(ب) ∴ الجسم على وشك

الحركة لأسفل

$$\therefore r = 5 \text{ م و م} (1)$$

$$m = 5 \text{ م و م} (2)$$

بقسمة (2) على (1):

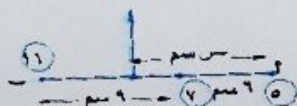
$$\therefore m = \frac{5}{5} = 1 \text{ م}$$

$$\therefore m = 1 \text{ م} = \text{طال حيث ل قياس زاوية الاحتكاك}$$

$$\therefore \text{طال} = \text{طال} \quad \therefore l = m$$

∴ قياس زاوية الاحتكاك

= قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى



(1) نفرض أن نقطة

التعليق تبعد عن

مسافة ٢ سم

$$\frac{1}{6} = \frac{. \times 9 + 1. \times 6 + 0 \times 2}{18} = \text{سم م}$$

$$\frac{27}{6} = \frac{. \times 9 + . \times 6 + 27 \times 2}{18} = \text{سم م}$$

∴ مركز الثقل =  $(\frac{27}{6}, \frac{1}{6})$  بالنسبة للنقطة «ح»

(1) من هندسة الشكل:

$$(0, 1, 0) = \vec{m}, (1, 0, 0) = \vec{d}$$

$$\therefore \vec{m} - \vec{d} = \vec{c} = (0, 1, 0) - (1, 0, 0) = (-1, 1, 0)$$

$$\therefore \vec{c} = \frac{\vec{m}}{\|\vec{m}\|} \times \vec{c} = \frac{\vec{m}}{\|\vec{m}\|} \times \vec{c}$$

$$\frac{(0, 1, 0)}{\sqrt{0^2 + 1^2 + 0^2}} \times \sqrt{2} = \frac{(0, 1, 0)}{1} \times \sqrt{2} = (0, \sqrt{2}, 0)$$

$$(20, 0, 0) = (0, \sqrt{2}, 0) = \vec{c} \times \vec{d} = \vec{c} \times \vec{d}$$

$$\therefore \vec{c} \times \vec{d} = \vec{c} \times \vec{d}$$

$$(20, 0, 0) \times (1, 0, 0) =$$

$$\begin{vmatrix} \vec{r} & \vec{a} & \vec{c} \\ 20 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$\vec{r} \cdot \vec{a} = \vec{c} \cdot \vec{a} = \vec{d} \cdot \vec{a} = 20 - 0 + 0 = 20$$

∴ مركبة عزم القوة ق بالنسبة لمحور س = 0

مركبة عزم القوة ق بالنسبة لمحور ص = 20

مركبة عزم القوة ق بالنسبة لمحور ع = صفر

$$(ب) \therefore \frac{0}{V} = \frac{0 \times 0}{V \times 0} = \frac{\text{مساحة المربع ١ سم}^2}{\text{مساحة المستطيل ٥ سم}^2}$$

∴ نفرض أن

كتلة الثلث = م

$$= 0 \text{ ك عند م}$$

كتلة المستطيل = م ك عند ٧

$$(0, \frac{27}{3}) = (0 + 0 + 0, \frac{7 + 7 + 12}{3}) = \text{م م}$$

$$(2, 0, 2, 0) = \text{م م}$$

٢ م	١ م	
٧ ك	٥ ك	الكتلة
٢, ٥	$\frac{27}{3}$	س
٢, ٥	$\frac{5}{3}$	ص



∴ مجموع عزوم القوى حول ٢ = عزم المحصلة حول ٢

$$∴ ١٥ \times ١١ + ٦ \times ٧ = (١١ + ٧ + ٥) \times س$$

$$∴ س = ٩ \text{ سم}$$

أى أن : نقطة التعليق تبعد ٩ سم عن ٢

(ب) القوتان (٥ ، ٥)

تكونان ازدواجاً

قياسه الجبرى

(ج) حيث

$$٨ \times ٥ = ٤٠$$

$$= ٤٠ \text{ ث.كجم.سم}$$

، القوتان (٧ ، ٧) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ج)

$$\text{حيث ج } ٧ = ٦ \times ٧ = ٤٢ \text{ ث.كجم.سم}$$

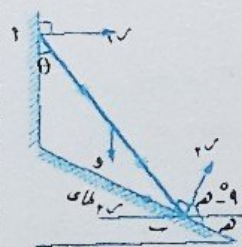
، القوتان (٥ ، ٥) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى

$$(ج) \text{ حيث ج } ٥ = ٢ \times ٥ = ١٠ \text{ ث.كجم.سم}$$

$$∴ ج = ج_١ + ج_٢ + ج_٣$$

$$∴ ١٠ = ٤٢ + ٤٠ + ٢٧$$

$$∴ ٢٧ = \frac{٩٢}{٢٧} = ٤٦ \text{ ث.كجم}$$



(١) نفرض أن السلم يصنع

زاوية قياسها  $\theta$  مع الرأسى

معادلات الاتزان :

$$س_١ + س_٢ \sin(\theta - ٩٠^\circ) = س_٣ \sin \theta$$

$$= س_٣ \cos \theta$$

$$س_١ + س_٣ \cos \theta = س_٣ \sin \theta$$

$$∴ س_٣ = \frac{س_١}{\sin \theta - \cos \theta}$$

$$= \frac{س_٢ \sin \theta - س_٢ \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta}$$

$$= \frac{س_٢ (\sin \theta - \cos \theta)}{\sin \theta - \cos \theta}$$

$$∴ س_٣ = س_٢ = \frac{س_٢ (\sin \theta - \cos \theta)}{\sin \theta - \cos \theta}$$

$$، س_٢ \cos(\theta - ٩٠^\circ) + س_٣ \sin \theta = و$$

$$، س_٢ \sin \theta + س_٣ \cos \theta = و$$

$$س_٢ (\sin \theta + \cos \theta) = و$$

$$س_٢ = \frac{و (\sin \theta + \cos \theta)}{\sin \theta + \cos \theta}$$

$$س_٢ = \frac{و (\sin \theta + \cos \theta)}{\sin \theta + \cos \theta}$$

$$س_٢ \sin(\theta - ٩٠^\circ) = و$$

$$∴ س_٢ = \frac{و \sin \theta}{\sin \theta - \cos \theta}$$

من (١) ، (٢) :

$$∴ س_٢ = \frac{و \sin \theta}{\sin \theta - \cos \theta} \times \frac{\sin \theta}{\sin \theta} = \frac{و \sin^2 \theta}{\sin \theta - \cos \theta}$$

$$(٢) ∴ س_٢ = و \cos \theta$$

$$، ∴ ج = صفر$$

$$∴ و \times \frac{١}{٢} \cos \theta - س_٢ \sin \theta = صفر$$

$$∴ \frac{١}{٢} \cos \theta = س_٢$$

$$\text{ومن (٢) : } ∴ \frac{١}{٢} \cos \theta = و \cos \theta$$

$$∴ \cos \theta = ٢ \cos \theta$$

حل آخر :

نفرض أن رد الفعل

المحصل عند س هو (س<sub>١</sub>)

والوزن ورد فعل الحائط

يتقاطعان فى نقطة

من هندسة الشكل :

$$س_١ = س_٢ ، س_١ = \frac{١}{٢} س_٢$$

$$، و (د ح س) = س_١ - س_٢$$

(لأن  $\theta$  زاوية الاحتكاك هى الزاوية المحصورة بين رد

الفعل العمودى والمحصل)

$$∴ \cos \theta = \frac{س_١}{س_٢}$$

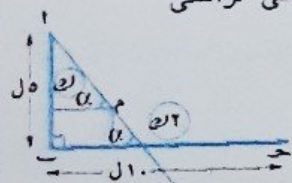
(١)

(٢)

$$\text{فى } \Delta س_١ س_٢ : \cos \theta = \frac{س_١}{س_٢} = \frac{س_١}{\frac{١}{٢} س_٢}$$

$$\text{من (١) ، (٢) : } ∴ \cos \theta = ٢ \cos \theta$$

(ب) نفرض أن  $\alpha$  زاوية ميل س على الرأسى



الكتلة	ل ٢	ل ١
س	٥ ل	٠
ص	٠	٢٠ ل

$$س_م = \frac{٥ \times ٢}{٢} = \frac{١٠}{٢}$$

$$، ص_م = \frac{٢٠ \times ١}{٢} = \frac{٢٠}{٢}$$

$$∴ \text{مركز الثقل} = \left( \frac{١٠}{٢} ، \frac{٢٠}{٢} \right)$$

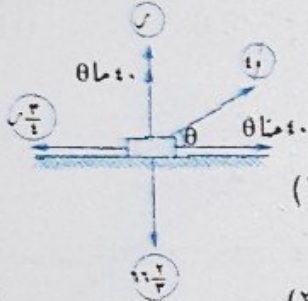
$$∴ \tan \alpha = \frac{\frac{٢٠}{٢} - ٥}{\frac{١٠}{٢}} = \frac{٥}{٤}$$

$$∴ س_ح \text{ يميل على الأفقى بزاوية } \theta \text{ حيث } \tan \theta = \frac{٥}{٤}$$



## الاختبار الثالث

- (١) ٧٥ (٢) ٣٥٠ نيوتن. سم  
(٣)  $(\vec{s} - 2\vec{v})$  (٤) ٣٠٠٠ نيوتن. سم  
(٥) بمركز الكرة (٦) نقطة تقاطع المتوسطات.



∴ معادلتا الاتزان هما :

$$(1) \quad 40 \sin \theta = \frac{2}{3} R$$

$$R + 40 \sin \theta = 66 \frac{2}{3}$$

$$(2) \quad R - 66 \frac{2}{3} = 40 \sin \theta$$

بتربيع (١)، (٢) وجمعهما :

$$(40 \sin \theta)^2 + (R - 66 \frac{2}{3})^2 = 0$$

$$(40 \sin \theta)^2 + (R - 66 \frac{2}{3})^2 = 0$$

$$1600 \sin^2 \theta + (R - 66 \frac{2}{3})^2 = 0$$

$$R^2 - 88R + 4444 \frac{4}{9} = 0$$

$$1600 = \frac{4444 \frac{4}{9}}{9} + R^2 - 88R + \frac{4444 \frac{4}{9}}{9}$$

$$= \frac{25600}{9} + R^2 - 88R + \frac{4444 \frac{4}{9}}{9}$$

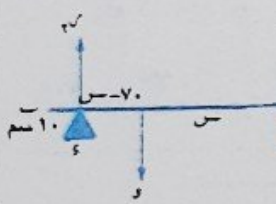
$$R = \frac{128}{3}$$

وبالتعويض في (١) :

$$40 \sin \theta = \frac{128}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{256}{9} \Rightarrow \sin \theta = \frac{6.4}{9} \Rightarrow \theta \approx 46.5^\circ$$

$$(ب) \quad 200 \times 20 \times 40 - 200 \times 20 \times 60 = 0$$

$$= 6292.3 \text{ نيوتن. سم}$$



(١) • عند تعليق ثقل

٥ ث. كجم من

أ فإن القضيب

يصبح على وشك الدوران حول حـ

$$\therefore R = 0 \text{ صفر، حـ} = \text{صفر}$$

$$\therefore R = 0 \text{ و } 20 \times 5 = 0$$

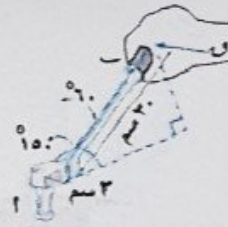
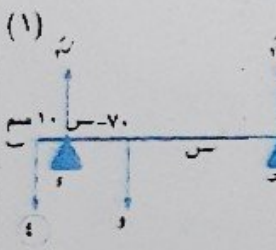
$$\therefore R = 100$$

• عند تعليق ثقل

٤ ث. كجم من

ب يصبح القضيب

على وشك الدوران حول د



$$\therefore \text{طول العمود} = \frac{\|\vec{r}\|}{\|\vec{v}\|}$$

∴ طول العمود

$$= \sqrt{(2 + 20 \times 60)^2 + (30 \times 60)^2}$$

$$= 22.62$$

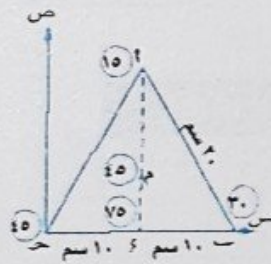
$$\therefore \|\vec{v}\| = \frac{72}{22.62} = 19 \text{ نيوتن}$$

حل آخر :

لإيجاد طول العمود :

$$= \sqrt{(30 \times 60)^2 + (2 + 20 \times 60)^2}$$

$$= 22.62$$



أولاً : مركز ثقل المجموعة :

نختار الاتجاهين

المتعامدين حـ ب

حـ ص

الكتلة	٤٥	٧٥	٣٠	١٥	٤٥
س	١٠	١٠	٢٠	١٠	١٠
ص	$\frac{3\sqrt{10}}{2}$	$\frac{3\sqrt{10}}{2}$	٠	٠	٠

$$\therefore \text{س} = \frac{10 \times 45 + 10 \times 10 + 20 \times 30 + 10 \times 75}{45 + 10 + 20 + 75 + 45}$$

$$= \frac{75}{5}$$

$$\text{ص} = \frac{\frac{3\sqrt{10}}{2} \times 45 + \frac{3\sqrt{10}}{2} \times 10}{45 + 10 + 20 + 75 + 45}$$

$$\therefore \text{مركز الثقل} = \left( \frac{3\sqrt{10}}{5}, \frac{75}{5} \right) \text{ من نقطة حـ}$$

ثانياً : بعد رفع الكتلة عند ب :

الكتلة	٢١٠	٣٠
س	$\frac{75}{5}$	٢٠
ص	$\frac{3\sqrt{10}}{5}$	٠

$$\therefore \text{س} = \frac{20 \times 30 - \frac{75}{5} \times 210}{20 - 210}$$

$$\text{ص} = \frac{\frac{3\sqrt{10}}{5} \times 210}{20 - 210}$$

$$\therefore \text{مركز الثقل الجديد} = \left( \frac{3\sqrt{10}}{5}, \frac{10}{5} \right)$$

من نقطة حـ



∴  $\vec{r}_1 = \text{صفر}$  ،  $\vec{r}_2 = \text{صفر}$

∴  $4 \times 10 - 70 = \text{صفر}$

∴  $40 - 70 + 9 = \text{صفر}$

وبالتعويض من (١) : ∴  $100 + 40 = 70$  و

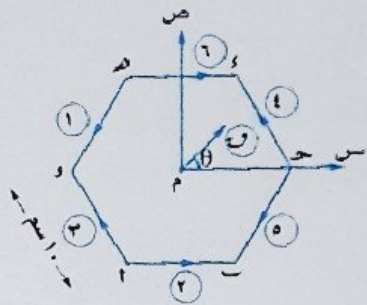
∴  $9 = 2$  ث. كجم

من (١) :

∴  $\text{سم} = \frac{1}{4} = 0.25$  سم

∴ وزن القضيب ٢ ث. كجم يؤثر على ٧٠ سم من أ

(ب)



نفرض  $\vec{r}_1$  ،  $\vec{r}_2$

متجهها وحدة في

اتجاه  $\vec{r}_1$

، العمودى عليه

وأن القوى ٢ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ١ ، ٣ نيوتن هي :

$\vec{r}_1$  ،  $\vec{r}_2$  ،  $\vec{r}_3$  ،  $\vec{r}_4$  ،  $\vec{r}_5$  ،  $\vec{r}_6$  على الترتيب

∴  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$

$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

∴  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

∴  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

∴  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

∴  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

∴  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

∴ المجموعة تؤول إلى ازدواج

∴  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

∴  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

∴  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

∴  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

∴  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

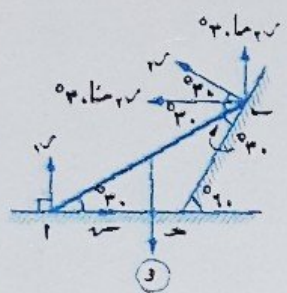
أى القوة فى اتجاه ح أ

∴  $3\sqrt{2} \times (2 - 1 + 6 - 4 + 5 - 2) = \text{ج}$

$= 3\sqrt{2} \times 20 = 60\sqrt{2}$  نيوتن. سم

٤

(١)



معادلات الاتزان :

$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

(١)  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

(٢)  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

∴  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

∴  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

∴  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

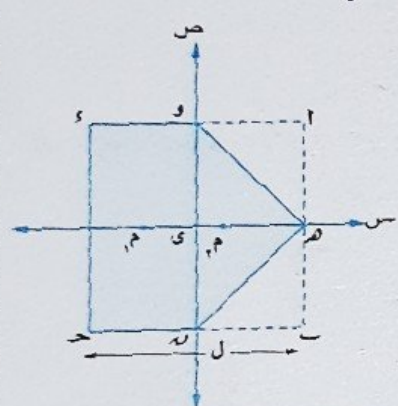
∴  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

(ب)

باختيار اتجاهين

متعامدين

كاه ، كى و



٢م	١م	
٥	٥	الكتلة
١	١	سم
١	١	ص

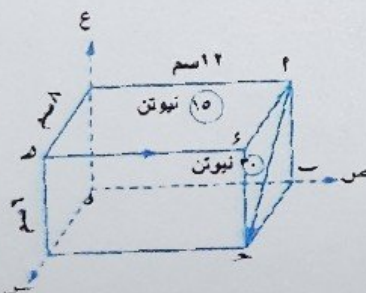
∴  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

∴  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

∴ مركز الثقل =  $(0, \frac{1}{24}, 0)$  بالنسبة لمركز المربع «ى»

٥

(١)



من هندسة الشكل :

$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + 5 \text{ م} \cdot 60^\circ (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

$(6, 12, 8) =$

$(6, 0, 8) =$

$(0, 12, 0) =$



$$\therefore \text{مس م} = \frac{1}{2} \times 16 \times 20 = 160 \text{ ث. كجم}$$

$$\therefore \text{ح} > \text{مس م}$$

∴ الجسم متزن وليس على وشك الحركة.

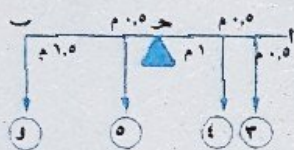
$$(ب) \text{ ع} = 110 \times \frac{4}{5} \times 20 - 60 \times 10 = 1100$$

$$200 \text{ ث. كجم} \times 20 + 100 \times 20 = 6000$$

$$= 6780 \text{ ث. كجم. سم}$$

$$\text{ع} = 100 + 40 \times \frac{4}{5} \times 20 + 2 \times 20 = 150$$

$$\times 20 = 21700 \text{ ث. كجم. سم}$$



٢

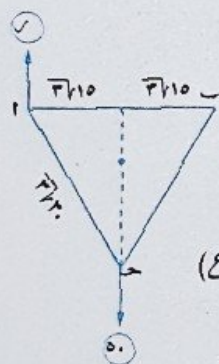
(١)

$$\therefore \text{ع} = \text{ص}$$

$$2 \times 9 + \frac{1}{4} \times 5 = 1 \times 4 + 1.5 \times 2$$

$$\therefore 9 = 2 \text{ ث. كجم}$$

(ب)



∴ الازدواج لا يتزن

إلا مع ازدواج

∴ القوتان (٥٠، ٥٠)

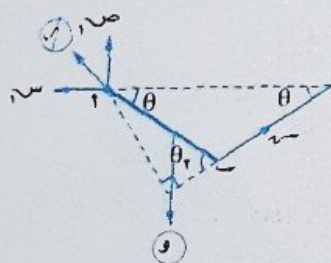
تكونان ازدواجًا قياسه الجبري (ع)

$$\therefore \text{مس} = 50 \text{ ث. كجم}$$

$$\text{ع} = 2 \times 10 \times 50 = 1000$$

∴ عزم الازدواج المؤثر قياسه الجبري

$$= 1000 \text{ ث. كجم. سم}$$



٤

(١)

بفرض أن مقدار مركبتي

رد فعل المفصل عند ؟

هما  $\text{ص}$ ،  $\text{ص}$

$$(١) \therefore \text{معادلات الاتزان : ص} = \text{مس} \sin \theta$$

$$(٢) \text{ ص} = \text{و} \sin \theta$$

$$\text{ع} = 0 \therefore \text{مس} \times 2 \times \sin \theta = \text{و} \times \frac{1}{4} \times \sin \theta$$

$$\therefore \text{مس} \times 2 = \text{و} \times \frac{1}{4}$$

$$\text{أي : مس} = \frac{1}{8} \text{ و}$$

وبالتعويض في (١) :  $\text{ص} = \frac{1}{8} \text{ و} \sin \theta$

$$\therefore \text{و} = \frac{(0, 12, 0)}{\sqrt{(0)^2 + (12)^2 + (0)^2}} \times 10 = \frac{(0, 12, 0)}{12} \times 10 = \frac{10}{6}$$

$$(0, 10, 0) =$$

$$\therefore \text{و} = \frac{(0, 12, 0) - (0, 12, 8)}{\sqrt{(0)^2 + (12)^2 + (0)^2}} = \frac{(0, 0, -8)}{12} = \frac{(0, 0, -2)}{3}$$

$$(7, 0, 8) =$$

$$\therefore \text{و} = \frac{(7, 0, 8)}{\sqrt{(7)^2 + (0)^2 + (8)^2}} \times 20 = \frac{(7, 0, 8)}{11} \times 20 = \frac{140}{11}$$

$$\frac{(7, 0, 8)}{\sqrt{(7)^2 + (0)^2 + (8)^2}} \times 20 =$$

$$(18, 0, 24) =$$

$$\text{ع} = \text{و} \times \text{و} + \text{و} \times \text{و} = \frac{140}{11} \times \frac{140}{11} + \frac{140}{11} \times \frac{140}{11} = \frac{19600}{11}$$

$$\begin{vmatrix} \text{ع} & \text{ص} & \text{س} \\ 6 & 12 & 0 \\ 18 & 0 & 24 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} \text{ع} & \text{ص} & \text{س} \\ 6 & 0 & 8 \\ 0 & 10 & 0 \end{vmatrix} +$$

$$= 228 \text{ ع} - 144 \text{ ص} + 216 \text{ س} =$$

$$= 90 \text{ س} + 120 \text{ ع} =$$

$$= 2.6 \text{ س} + 144 \text{ ص} - 168 \text{ ع} =$$

$$(ب) \text{ مس} = \frac{1 \times 20 + 2 \times 10 + 2 \times 20}{20 + 10 + 20} = \frac{1}{3}$$

$$\text{ص} = \frac{1 \times 20 + 1 \times 10 + 1 \times 20}{20 + 10 + 20} = \frac{1}{6}$$

∴ مركز الثقل هو  $(\frac{1}{6}, \frac{1}{3})$

### الاختبار الرابع

١

(ب) ٣

(ب) ٢

(ج) ١

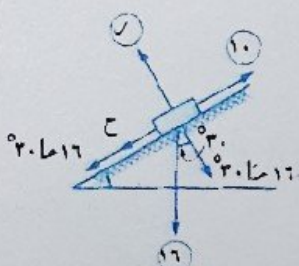
(١) ٦

(ب) ، (د) ٥

(ج) ٤

٢

(١)



$$\therefore 10 < 16 \text{ ث. كجم}$$

∴ قوة الاحتكاك (ح)

تعمل لأسفل

∴ الجسم متزن

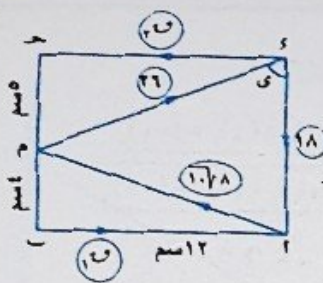
$$\therefore 10 = 16 + \text{ح}$$

$$\therefore \text{ح} = 2 \text{ ث. كجم}$$









$$(ب) \therefore 20 + 144 = 164 \therefore 12.8 = 12.8$$

$$12.8 = 12.8$$

$$16 + 144 = 160 \therefore 12.8 = 12.8$$

$$1.74 = 1.74$$

القوى في  $\vec{F}_1$ ،  $\vec{F}_2$ ،  $\vec{F}_3$  في اتجاه دورى واحد

$$2 = \frac{26}{12} = \frac{1.74}{1.74} = \frac{18}{9} \therefore$$

$\therefore$  المجموعة تكافئ ازدواجاً قياسه الجبرى (ج)

$$\therefore \text{مساحة } \Delta = 9 \times 12 \times \frac{1}{2} = 54 \text{ سم}^2$$

$$\therefore \text{ج.} = 2 \times 54 \times 2 = 216 \text{ نيوتن.سم}$$

$\therefore$  الازدواج لا يتزن إلا مع ازدواج

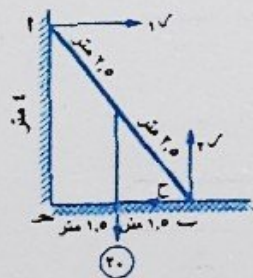
$\therefore$  (ج)، (د) تعيينان ازدواجاً قياسه الجبرى

$$216 = \text{نيوتن.سم}$$

$$216 = 9 \times 24 \therefore 24 = 24$$

$$24 = 24$$

$$24 = 24 \text{ نيوتن} \therefore 24 = 24 \text{ نيوتن}$$



(أ) نفرض أن السلم مقزن

$$C = 1$$

$$20 = 20$$

$$C = \text{صفر}$$

$$20 = 20 \therefore 20 = 20$$

$$20 = 20 \therefore 20 = 20$$

$$20 = 20 \therefore 20 = 20$$

$\therefore$  السلم لا يمكن أن يتزن في هذه الحالة

لأن  $C < 1$

بعد وضع الجسم الذى وزنه (و)

• بالنسبة للجسم :

$$\therefore \text{ض} = \frac{1}{6} \text{ م} \therefore \text{ض} = \frac{1}{6} \text{ م}$$

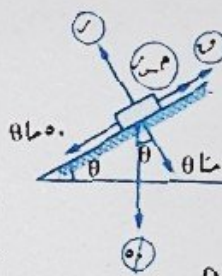
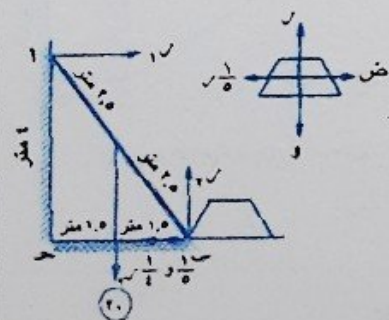
• بالنسبة للسلم :

$$20 = 20$$

$$20 = 20$$

$$20 = 20$$

$$20 = 20$$



(أ) • عندما يكون الجسم على

وشك الحركة لأسفل

(أقل قوة) :

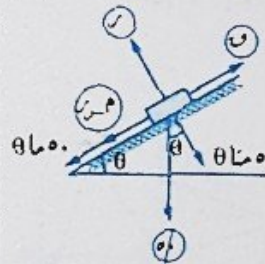
$$\therefore C + \text{م} = 10 \therefore 10 = 10$$

$$10 = 10$$

$$10 = 10 \therefore 10 = 10$$

$$\therefore \text{م} = \frac{10 - 10}{10} = 0$$

(أ)



• عندما يكون الجسم على

وشك الحركة لأعلى (أكبر

قوة) :

$$\therefore C + \text{م} = 10 \therefore 10 = 10$$

$$10 = 10$$

$$10 = 10 \therefore 10 = 10$$

$$\therefore \text{م} = \frac{10 - 10}{10} = 0$$

(أ)

من (أ)، (ب) ينتج أن :

$$\frac{10 - 10}{10} = \frac{10 - 10}{10}$$

$$10 = 10 \therefore 10 = 10$$

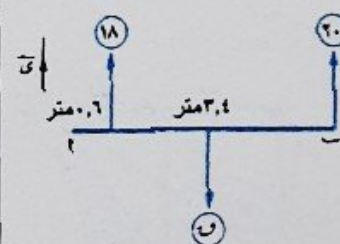
$$\therefore \text{م} = \frac{10 - 10}{10} = 0$$

(ب)  $\therefore$  ج. = 200 - 200 نيوتن سم

$$200 = 200 \therefore 200 = 200$$

$$200 = 200 \therefore 200 = 200$$

$$200 = 200 \therefore 200 = 200$$



(أ)

$$\therefore 18 + 20 = 38$$

$$38 = 38$$

$$38 = 38$$

$$38 = 38 \therefore 38 = 38$$

ونفرض أن نقطة تأثيرها تبعد مسافة س عن أ

$\therefore$  مجموع عزوم القوى حول أ = عزم المحصلة حول أ

$$20 = 20 \therefore 20 = 20$$

$$20 = 20$$

$$20 = 20 \therefore 20 = 20$$



، مركز المسدس =  $(\sqrt{3}, 10, 10)$

∴ بُعد مركز ثقل السلك عن مركز المسدس

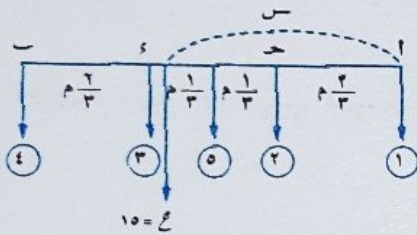
$$= \sqrt{(10 - \sqrt{3})^2 + (10 - 10)^2} = 10 - \sqrt{3} \text{ سم}$$

عند التعليق من أ

$$\therefore \theta \approx 55^\circ \quad \therefore \frac{\sqrt{3}}{13} = \theta$$

5

(1)



نفرض أن

مركز ثقل

المجموعة يبعد

مسافة س متر عن أ

، عزم القوى حول أ = عزم المحصلة حول أ

$$\therefore 2 \times 1 + 3 \times 2 + 4 \times 3 + 5 \times 4 + 6 \times 5 = 10 \times S$$

$$\therefore S = \frac{11}{2} \text{ متر}$$

∴ مركز الثقل يبعد مسافة  $\frac{11}{2}$  متر عن أ

$$(1, 2) = \overrightarrow{OA} \quad (ب)$$

$$\overrightarrow{OB} = (1, 2) - (1, 2) = (0, 0)$$

∴  $\overrightarrow{OA}$ ،  $\overrightarrow{OB}$  يكونان ازدواجاً

قياسه الجبري (حج)

∴ عزم الازدواج ثابت لا يعتمد على النقطة

التي نأخذ العزوم عندها

∴ عزم الازدواج = عزم القوة  $\overrightarrow{OB}$

$$\text{حول النقطة ب} = \overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OA}$$

$$(1, 2) \times (0, 0) =$$

$$= 11$$

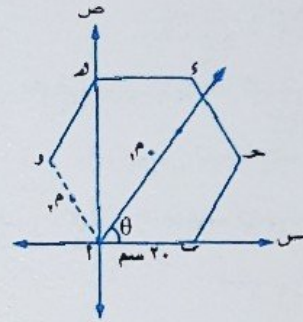
$$\therefore 20 \times 1.5 - 4 \times 1 = \text{صفر}$$

$$\therefore 4 = 20 \quad \therefore \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$$

$$\therefore \frac{1}{4} + 20 \times \frac{1}{4} = 7 \frac{1}{4}$$

$$\therefore 9 = 12 \frac{1}{4} \text{ ث. كجم}$$

(ب)



طول كل ضلع من الشكل =  $\frac{10}{0} = 20$  سم

وبفرض أن كتلة كل ضلع = ل

∴ كتلة الشكل السداسي = 6 ل

وتؤثر في م =  $(\sqrt{3}, 10, 10)$

، كتلة الضلع أ = ل

وتؤثر في م =  $(\sqrt{3}, 0, -5)$

م	م	
ل -	6 ل	الكتلة
5 -	10	س
$\sqrt{3}, 0, -5$	$\sqrt{3}, 10, 10$	ص

$$13 = \frac{10 \times 6 - 5 \times 10}{5} = \text{س م}$$

$$\text{ص م} = \frac{\sqrt{3} \times 10 \times 6 - \sqrt{3} \times 0 \times 10}{5}$$

∴ مركز ثقل السلك =  $(\sqrt{3}, 11, 13)$



# اجابات امتحانات مصر

دور اول ٢٠١٧

١

١ ب

٢

من هندسة الشكل :

$$J = 18 \text{ م}$$

$$\frac{12}{10} \times 18 =$$

$$= 21.6 \text{ سم}$$

$$9 \text{ م} = 9 \times \frac{12}{10} = 10.8 \text{ سم}$$

$$9 \text{ م} = 9 \times \frac{12}{10} = 10.8 \text{ سم}$$

$$(1) \quad E_1 = 12 \times 6 - 7.2 \times 5 = 10.8 \text{ ث.جم.سم}$$

$$E_2 = 12 \times 12 - \frac{18 \times 12}{13\sqrt{6}} \times 13\sqrt{6} = 10.8 \text{ ث.جم.سم}$$

$$(2) \quad 10.8 = 14.4 \times 5 - 10.8 \text{ ث.جم.سم}$$

$$(3) \quad 10.8 = 12 \times 12 - 18 \times 2 = 10.8 \text{ ث.جم.سم}$$

من (١)، (٢)، (٣) :

$$E_1 = E_2 = E_3 = 10.8 \text{ ث.جم.سم}$$

المجموعة تكافئ ازدواجاً عزمه = ١٠.٨ ث.جم.سم

٣

$$S = \sqrt{(18)^2 + (24)^2} = 30 \text{ سم}$$

$$= 30 \text{ سم}$$

$$S = 15 \text{ سم}$$

$$S = 15 \text{ م}$$

الصفحة متزنة تحت

تأثير ازدواجين

القوتان (ر، ٢٠) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى

$$= 150 \text{ نيوتن.سم}$$

$$= 150 \text{ م} \times 20 = 150 \text{ م}$$

$$= 150 \text{ م} \times 20 = 150 \text{ م}$$

$$= \frac{1}{3} \text{ م}$$

$$= 30^\circ \text{ ، } 150^\circ$$

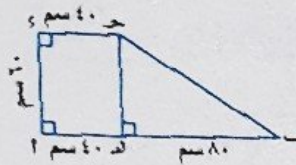
قياس زاوية ميل س على الرأسى لأسفل تساوى ٣٠° ، ١٥٠°

٥ ا

٤ ب

٦

مساحة المستطيل ١ م ح د : مساحة المثلث م ح د



$$60 \times 80 \times \frac{1}{2} = 60 \times 40 =$$

$$1 : 1 =$$

∴ نفرض أن كتلة المستطيل

$$= E \text{ وتؤثر عند النقطة } (20, 20)$$

∴ كتلة المثلث = E وتؤثر عند النقطة

$$\left(20, \frac{200}{3}\right) = \left(\frac{0+60+0}{3}, \frac{120+40+40}{3}\right)$$

الكتلة	E	E
س	20	$\frac{200}{3}$
ص	20	20

$$\frac{120}{3} = \frac{E \cdot \frac{200}{3} + E \cdot 20}{E \cdot 2} = S \text{ م}$$

$$25 = \frac{E \cdot 20 + E \cdot 20}{E \cdot 2} = V \text{ م}$$

∴ بُعد مركز ثقل الصفحة عن كل من :

$$S, V \text{ هما } \frac{120}{3} \text{ سم ، } 25 \text{ سم}$$

٨ ج

٧ ا

٩

$$\vec{C} \times (\vec{B} - \vec{A}) = \vec{C} \times \vec{B} - \vec{C} \times \vec{A} = \vec{E} (1)$$

$$(1, 2, 3) \times (2, 2, 1) =$$

$$\begin{vmatrix} \vec{E} & \vec{V} & \vec{S} \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 11\vec{S} - 5\vec{V} - 7\vec{E}$$

$$\frac{\sqrt{(7)^2 + (5)^2 + (11)^2}}{\sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (3)^2}} = \frac{\|\vec{E}\|}{\|\vec{C}\|} = \text{طول العمود}$$

$$= 3.72 \text{ وحدة طول}$$



١٨

(أ) من هندسة الشكل :

$$٢٠ = ٢١٠ \text{ م} \cdot ٢٠^\circ$$

$$٢٧٠ = ٢٢ \text{ سم}$$

∴ القضيب متزن

$$٢٠ \text{ سم} = ٢٠ \text{ م} \cdot ٢٠^\circ$$

$$٢٧ = ٢ \text{ سم} \cdot ٢٠^\circ$$

$$١٢٠ = ٢٠ \text{ م} \cdot ٢٠^\circ + ٢٧$$

$$١٢٠ = ٢٧ + ٢٠ \cdot ٢٠^\circ$$

$$٠ = ٢٠ \cdot ٢٠^\circ$$

$$٢١٠ \times ١٢٠ = ٢٠ \text{ م} \cdot ٢٠^\circ$$

$$٢٤٠ = ٢٠ \text{ نيوتن}$$

ومن (١) :

$$٢٧ \cdot ١٢٠ = ٢٤٠ \times \frac{٢٧}{٢} = ٢٧$$

$$\text{ومن (٢) : } ٢٤٠ \times \frac{١}{٢} - ١٢٠ = ٢٤٠$$

$$٢٧ \cdot ١٢٠ = ٢٤٠ \text{ نيوتن في اتجاه } \overrightarrow{A}$$

(ب) بفرض أن الفتاة تصعد مسافة س

يكون عندها السلم على وشك الانزلاق

معادلات الاتزان :

$$\frac{١}{٢٧} = ١$$

$$٨٠ = ٢٧$$

$$٨٠ \times \frac{١}{٢٧} = ٢٧$$

$$\frac{٢٧ \cdot ٤٠}{٢} =$$

$$٠ = ٢٧$$

$$٢٠ \cdot \frac{١}{٢} \times ٦٠ + ٦٠ \cdot ٦٠ = ٢٠$$

$$٢٠ \cdot ٦٠ = ٢٠$$

$$\frac{٢٧}{٢} \times \frac{٢٧ \cdot ٤٠}{٢} = ٢٠ + ٢٠$$

$$٢٠ = ٢٠ - ٢٠ = ٢٠$$

$$٢٠ = ٢٠$$

أي أن : أقصى مسافة تصعد الفتاة تساوي  $\frac{١}{٢}$  طول السلم.

$$(ب) \because \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$\vec{E} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = \vec{E} \times \vec{E}_1 = \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_2 = (٢ - ٤) \times (٢ - ٤) =$$

$$٢٠ = \frac{٢٠}{٩ + ١٦} = \frac{٢٠}{٢٥} = ٨$$

١١

١٢

$$٤٠٠ \text{ م} \cdot ٢٠^\circ < ٥٠$$

∴ تعمل في اتجاه خط أكبر ميل لأعلى

∴ الجسم متزن

$$٤٠٠ \text{ م} \cdot ٢٠^\circ = ٥٠ + ٢٠$$

$$١٥٠ = ٢٠$$

$$٢٧ \cdot ٢٠٠ = ٤٠٠ \text{ م} \cdot ٢٠^\circ$$

$$١٥٠ = ٢٧ \cdot ٢٠٠ \times \frac{٢٧}{٤} = ١٥٠$$

$$٠ = ٢٧$$

∴ الجسم يكون على وشك الحركة.

١٢

١٣

$$٥ = ٧ - ١٢ = ٥ \text{ نيوتن}$$

$$١٢ = ٧ \cdot ٢٠ + (٢٠ - ٢٠)$$

$$٢٤٠ = ١٢ \cdot ٢٠ + ٢٠$$

$$٢٤٠ = ٢٤٠$$

$$٥ = ٥ \text{ نيوتن وتعمل في اتجاه القوة } ١٢ \text{ نيوتن وتبعد نقطة}$$

تأثيرها ٤٨ سم عن ؟

١٦

١٧

من الاتزان نجد أن :

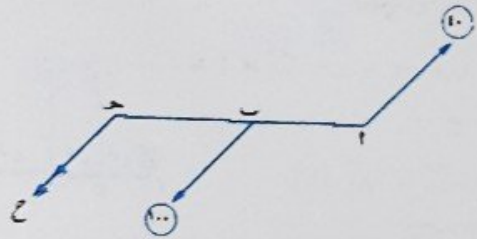
$$٢٠ = ٢٠$$

$$٠ = ٢٧$$

$$٢ \times ٢٠ = ٢ \times ١٠ + ٢ \times ٢٠$$

$$٢٠ = ٢٠$$





∴ ع = ١٠٠ - ٦٠ = ٤٠ نيوتن

٤٠ × ٤ = ١٠٠ × (٢ - ٤) (٢٤٠ - ٤٠)

٢٤٠٠ - ٤٠٠ = ٢٠٠ × ٢

٢٤٠٠ = ٢٠٠ × ٢

∴ ٢٠٠ = ٢٠٠ سم

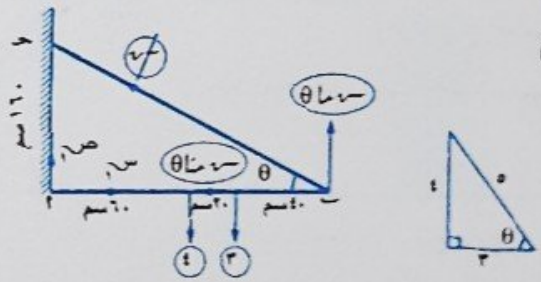
نقطة تأثير المحصلة تبعد ٤٠٠ سم عن النقطة ٢

وتبعد ١٦٠ عن النقطة ١

٢

٢

(١)



س ح =  $\sqrt{(160)^2 + (120)^2} = 200$  سم

معادلات الاتزان :

٠ = س ح - س م ثا

∴ س ح =  $\frac{2}{3} \times س م$

س م ثا + س ح - ٢ - ٤ = صفر

∴ س ح =  $\frac{4}{3} \times س م$

∴ ع = صفر

∴ س م =  $60 \times 4 - 80 \times 2 - 120 \times \frac{4}{3} = 0$

∴ س م = ٥ نيوتن

من (١) ∴ س ح = ٢ نيوتن

من (٢) ∴ س م = ٢ نيوتن

∴ ر =  $\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$  نيوتن

طامد = ١

∴ ه = ٤٥ مع الأفقى

(ب) معادلات الاتزان :

$١٠٠ \times \frac{2}{3} + ٢٠٠ \times \frac{1}{3} = ١٠٠ \times ١$

∴  $١٠٠ \times \frac{2}{3} + ٢٠٠ \times \frac{1}{3} = ١٠٠ \times ١$

∴  $١١ = ٢٠٠$

∴  $\frac{11}{11} = ٢٠٠$

∴  $\frac{7}{11} = ١٠٠$

∴ ع = ٠

و × ل م ثا - ٢ × ل م ثا

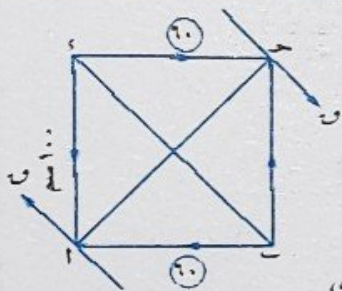
∴  $\frac{1}{3} \times ٢ \times ل م ثا = ٠$

بالقسمة على ل م ثا : ٠ - ٢ = ٢ - ٢

∴  $\frac{7}{11} - ٢ = ٠$

∴  $\frac{٥}{12} = \theta$

٤



القوتان ٦٠ ، ٦٠ نيوتن

متوازيتان ومتساويتان

ومتضادتان فى الاتجاه

∴ يكونان ازدواج قياسه الجبرى

ع = ١٠٠ × ٦٠ - ٦٠ × ١٠٠ = ٠ نيوتن سم

∴ القوتين ٦٠ ، ٦٠ تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى

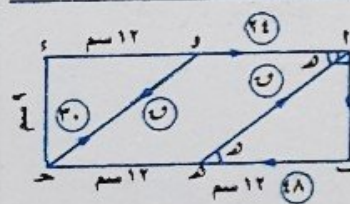
ع = ٢٠٠ × ١٠٠ - ١٠٠ × ٢٠٠ = ٠

∴ ع = ٢٠٠ ، ع = ٢٠٠

ع =  $\frac{٦٠٠}{٢٠٠} = ٣$  نيوتن

∴ القوتان ٢٠٠ ، ٢٠٠ نيوتن

٥



ح و =  $\sqrt{(9)^2 + (12)^2} = 15$  سم

١٥ سم

∴ القوى الأربعة تؤثر فى

أضلاع الشكل الرباعى ٢ - ح و فى اتجاه دورى واحد

∴  $٢ = \frac{24}{12} = \frac{20}{15} = \frac{48}{24} = \frac{16}{9}$

∴ القوى تكافئ ازدواجاً معيار عزمه

$٢ \times \text{مساحة المضلع} = ٢ \times$

$٦٤٨ = ٢ \times \left[ ٩ \times (٢٤ + ١٢) \times \frac{1}{3} \right] \times ٢ =$

لكى تتزن المجموعة يجب أن تكون القوتان ٢ ، ٢ متساويتان

متوازيتان فى جهتين متضادتين

∴  $١٢ \times ١٢ = ٦٤٨$  ∴  $٩٠ = \frac{٦٤٨}{\frac{9}{15} \times ١٢}$



١٤

$$(1, 2, 2) - (2, 1, 2) = \vec{c} - \vec{a} = \vec{b} = \vec{r}(1)$$

$$(2, 1, 0) =$$

$$(2, 1, 2) \times (2, 1, 0) = \vec{c} \times \vec{a} = \vec{r}$$

$$\begin{vmatrix} \vec{c} & \vec{a} & \vec{r} \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= \vec{c}(2) + \vec{a}(2) + \vec{r}(0) =$$

$$= 2\vec{c} + 2\vec{a}$$

$$\frac{\sqrt{2^2(2) + 2^2(2)}}{\sqrt{2^2(2) + 2^2(1) + 2^2(2)}} = \frac{\|\vec{r}\|}{\|\vec{c}\|} = \text{طول العمود}$$

$$= \sqrt{20} \text{ وحدة طول}$$

$$(ب) \therefore \vec{r} = 9\vec{e}$$

$$\therefore 9\vec{e} = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}$$

$$(2, 1, 2) \times (2, 1, 0) + (2, 1, 0) \times (1, 2, 2) + (1, 2, 2) \times (2, 1, 2)$$

$$= 9\vec{e} = (1, 2, 2) \times (2, 1, 0) +$$

$$9\vec{e} = 9\vec{e} (1+2) + 9\vec{e} (2-1) + 9\vec{e} (2-1)$$

$$(1) \quad 10 = 2 - 4$$

$$\therefore \vec{e} = 4\vec{e}$$

$$4\vec{e} = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}$$

$$(2, 1, 2) \times (1, 2, 2) + (1, 2, 2) \times (2, 1, 0) +$$

$$4\vec{e} = (1, 2, 2) \times (1, 2, 2) +$$

$$4\vec{e} = 4\vec{e} (2+2) + 4\vec{e} (1-2) + 4\vec{e} (2-1)$$

$$(2) \quad 3 = 2 + 3$$

$$\text{من (1)، (2) ينتج أن: } 3 = 2, 6 = 2$$

١٧

١٦

١٥

١٨

من الاتزان:

$$150 + 60 = 2 + 2$$

$$\therefore 2 = 210 \text{ نيوتن}$$

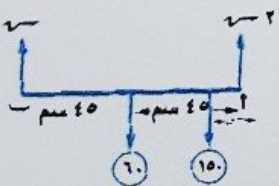
$$\therefore 2 = 70 \text{ نيوتن}$$

$$= 9$$

$$\therefore 9 = 90 \times 70 - 40 \times 60 + 150 \times 10$$

$$\therefore 24 = 24 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{يجب تعليق الثقل على بُعد 24 من الطرف 4}$$



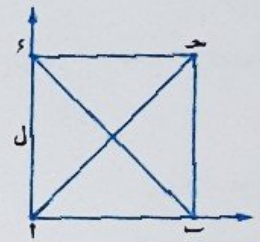
٧

٦

٨

بفرض أن طول ضلع المربع ل سم

عند 4	عند 3	عند 2	عند 1	
100	100	100	100	الكتلة
.	ل	ل	.	س
ل	ل	.	.	ص



$$\frac{1}{4} \text{ ل سم} = \frac{. \times 100 + ل 100 + ل 100 + . \times 100}{100 + 100 + 100 + 100} = \text{س}$$

$$\frac{1}{4} \text{ ل سم} = \frac{ل 100 + ل 100 + . \times 100 + . \times 100}{100 + 100 + 100 + 100} = \text{ص}$$

$\therefore$  مركز الثقل يبعد عن كل من 1، 2، 3، 4 ل سم

حل آخر:

$\therefore$  الأربع كتل متساوية عند رؤوس المربع

$\therefore$  مركز ثقل المجموعة يقع في مركز المربع أي:  $(\frac{ل}{2}, \frac{ل}{2})$

١٠

٩

١١

(1) معادلات الاتزان:

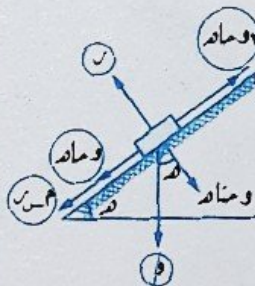
$$س = و \text{ مآه}$$

$$2, و \text{ مآه} = و \text{ مآه} + و \text{ مآه}$$

$$\therefore و \text{ مآه} = م \text{ مآه} (و \text{ مآه})$$

$$\therefore و \text{ مآه} = \frac{\text{مآه}}{\text{مآه}} = ط \text{ مآه}$$

$\therefore$  قياس زاوية الاحتكاك = هـ

(ب) مقدار قوة رد الفعل المحصل =  $\sqrt{م^2 ر^2 + م^2 ر^2}$ 

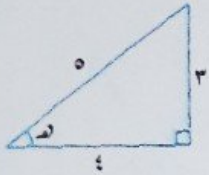
$$= \sqrt{م^2 ر^2 + م^2 ر^2} = و \text{ مآه} + و \text{ مآه} \times و \text{ مآه} = و \text{ مآه}$$

$$= \sqrt{م^2 ر^2 + م^2 ر^2} = و \text{ مآه} + و \text{ مآه} = و \text{ مآه}$$

١٢

١١





∴ الجسم على وشك الحركة لأعلى :

$$\therefore \text{س} = 80 \text{ مانه} + 160 \text{ مانه}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{2}{5} \times 160 + \frac{4}{5} \times 80$$

$$= 160 \text{ نيوتن.}$$

$$160 \text{ مانه} = \text{س} + 80 \text{ مانه}$$

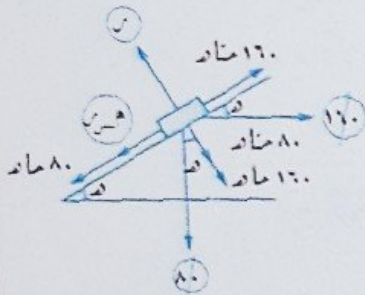
$$\frac{4}{5} \times 160$$

$$= 160 \times \text{س}$$

$$+ \frac{2}{5} \times 80$$

$$\therefore 160 \times \text{س} = 80$$

$$\therefore \text{س} = \frac{1}{2}$$



١٨

مساحة المستطيل لـ حـ د : مساحة المستطيل أ ب حـ د

$$8 \times 12 : 4 \times 6 =$$

$$= 1 : 4$$

∴ نفرض أن كتلة المستطيل لـ حـ د = كـ

، نفرض أن كتلة المستطيل أ ب حـ د = ٤ كـ

وبفرض الاتجاهين المتعامدين أ ب ، أ د

الكتلة	كـ	٤ كـ
س	٩	٦
ص	٦	٤

$$\therefore \text{س} = \frac{6 \times ٤ + ٩ \times ٦}{٦ + ٩} = ٥$$

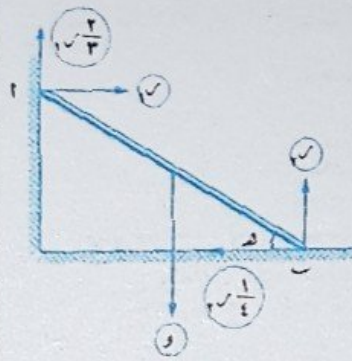
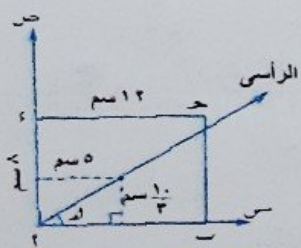
$$\text{ص} = \frac{٤ \times ٦ + ٩ \times ٤}{٦ + ٩} = \frac{10}{3}$$

∴ مركز ثقل الجزء المتبقى (٥ ،  $\frac{10}{3}$ )

أي أن : مركز الثقل يبعد عن أ مسافة ٥ سم

، عن ب مسافة  $\frac{10}{3}$  سم

$$\text{طام} = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{5}{1}$$



(أ) من معادلات الاتزان :

$$\text{س} = \frac{1}{4} \text{ (١)}$$

$$\text{س} = \frac{2}{3} + \text{س}$$

$$\text{و} = (٢)$$

من (١) ، (٢) ينتج أن :

$$٤ \text{ س} = \frac{2}{3} + \text{س}$$

$$\therefore \frac{14}{3} \text{ س} = ٥$$

$$\text{س} = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{و} \times \frac{1}{4} \text{ مانه} - \text{س} \times \text{ل مانه} - \frac{2}{3} \text{ س}$$

$$\times \text{ل مانه} = \text{صفر بالقسمة على (ل مانه)}$$

(٤)

$$\therefore \frac{9}{4} - \text{س} \times \text{طام} - \frac{2}{3} \text{ س} = \text{صفر}$$

بالتعويض من (٣) في (٤) :

$$\frac{9}{4} - \text{س} \times \text{طام} - \frac{2}{3} \text{ س} = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{طام} = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \text{س} (\text{ل مانه}) \approx ٥٩٢$$

(ب) بفرض أن مقدار مركبتي

رد فعل المفصل عند أ

هما س ، ص

∴ معادلات الاتزان :

(١)

$$\text{س} = \text{س مانه}$$

(٢)

$$\text{ص} = \text{و} - \text{س مانه}$$

$$\text{س} = ٠ \therefore \text{س} \times \text{ل مانه} = \text{و} \times \frac{1}{4} \text{ مانه}$$

$$\therefore \text{س} \times ٢ \text{ مانه مانه} = \frac{1}{4} \text{ مانه}$$

$$\text{أي : س} = \frac{1}{8} \text{ و قناه}$$

$$\text{وبالتعويض في (١) : س} = \frac{1}{8} \text{ و طام}$$

$$\text{وبالتعويض في (٢) : ص} = \text{و} - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\therefore \text{س} (\text{رد فعل المفصل}) = \sqrt{\text{س}^2 + \text{ص}^2}$$

$$\therefore \text{س} = \sqrt{\frac{1}{64} + \frac{49}{64}} = \frac{5}{4}$$

$$= \frac{1}{4} \text{ و طام} = \frac{5}{4}$$



$$\frac{\|\vec{u}\|}{\|\vec{v}\|} = \text{طول العمود من } \vec{u} \text{ على } \vec{v}$$

$$\frac{\sqrt{1^2 + 8^2 + 4^2}}{\sqrt{4^2 + 2^2 + 3^2}} =$$

$$1.67 \approx \frac{\sqrt{29}}{29} = \text{وحدة طول.}$$

$$(ب) \text{ ج. } = 20 \times 100 - 20 \times 80 = 20 \times 20 = 400 \text{ ما}^2$$

∴ المحصلة تمر بالنقطة «ح».

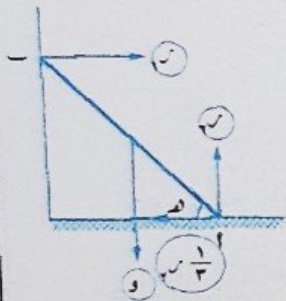
$$\text{ج. م.} = 20 \times 100 - 20 \times 80 = 20 \times 20 = 400 \text{ ما}^2$$

∴ معيار عزم المحصلة حول «أ» = 2600 نيوتن.سم.

٩ (ب)

٨ (ب)

١٠



(أ) ∴ القضيب متزن

$$\therefore \text{ج. م.} = 0$$

$$\text{ج. م.} = 10 \times 20 - 20 \times 40 = 200 - 800 = -600$$

$$\therefore \text{ج. م.} = 10 \times 20 - 20 \times 40 = 200 - 800 = -600$$

$$\text{ج. م.} = 0$$

$$\therefore 10 \times 20 - 20 \times 40 = 200 - 800 = -600$$

$$\text{ومن (أ) : } 10 \times 20 - 20 \times 40 = 200 - 800 = -600$$

$$\therefore 10 \times 20 - 20 \times 40 = 200 - 800 = -600$$

$$\therefore \frac{2}{3} = \frac{\text{م.م.}}{\text{م.م.}} \quad \therefore \frac{2}{3} = \frac{\text{م.م.}}{\text{م.م.}}$$

$$\therefore \theta \approx 66.4^\circ$$

(ب) ∴ القضيب متزن :

$$\therefore \text{ج. م.} = 0$$

$$40 \times 6 - 20 \times 8 -$$

$$= 60 \times \text{م.م.} +$$

$$\therefore 60 \times \frac{4}{5} \times \text{م.م.} + 480 =$$

$$\therefore \text{ج. م.} = 10 \text{ نيوتن}$$

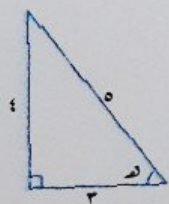
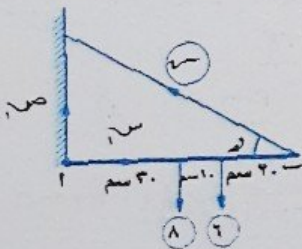
$$\text{ج. م.} = 10 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \text{ج. م.} = 10 \text{ نيوتن}$$

$$\text{ج. م.} = 10 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore 14 = \frac{4}{5} \times 10 + \text{ج. م.}$$

$$\therefore \text{ج. م.} = 6 \text{ نيوتن.}$$



٢ (ج)

١ (ج)

٣

$$\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$$

$$2\vec{u} - \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$$

$$\therefore \vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$$

$$\vec{u} \times \vec{v} + \vec{v} \times \vec{w} + \vec{w} \times \vec{u} = \vec{0}$$

$$(3, -1) \times (3, 2) + (4, -2) \times (1, 1) =$$

$$(7, 3) \times (1, 0) +$$

(٢)

$$2\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$$

من (١)، (٢) ينتج أن :

المجموعة تكافئ ازدواج معيار عزمه = ٨ وحدة عزم.

٤

الكتلة	ح	ب	أ	هـ
١٥	١٠	٥	٢٠	٢٠
٤٠	٤٠	٤٠	٤٠	٤٠
٤٠	٤٠	٤٠	٤٠	٤٠

$$\text{ج. م.} = \frac{15 \times 10 + 40 \times 40 + 40 \times 40 + 40 \times 40}{20 + 5 + 10 + 10} = 12$$

$$\text{ج. م.} = \frac{15 \times 10 + 40 \times 40 + 40 \times 40 + 40 \times 40}{20 + 5 + 10 + 10} = 12$$

$$\therefore \text{مركز الثقل} = (12, 12)$$

$$\theta = \frac{12}{12} = 1$$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

أي أنه : سح يميل على الرأسى

بزاوية ٤٥°



٦ (د)

٥ (د)

٧

$$(١) \text{ ج. م.} = \vec{u} \times \vec{v} = (4, -2, 3) \times (4, -1, 1) =$$

$$\begin{vmatrix} \vec{u} & \vec{v} & \vec{w} \\ 4 & -1 & 1 \\ 4 & -2 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$= 4\vec{u} - 8\vec{v} - 4\vec{w}$$

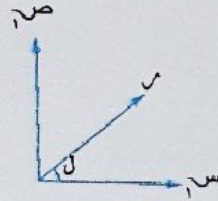


$$\sqrt{26+26} = \sqrt{(ص)^2 + (س)^2} = ر \therefore$$

$$6\sqrt{2} \text{ نيوتن}$$

$$ل = \frac{7}{6} = 1.167$$

$$\therefore \theta = 40^\circ$$



12

11

13

الجسم على وشك الحركة :

$$ر = 40 \text{ مٲا } 20$$

$$20\sqrt{3} \text{ نيوتن}$$

$$ص = 40 \text{ مٲا } 20 + ر$$

$$50 \text{ نيوتن} = 20 + 20\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

14

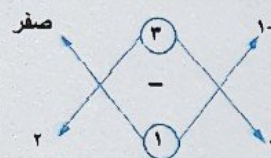
$$\vec{C} = \vec{P} + \vec{Q}$$

$$2\vec{C} = (\vec{P} - \vec{Q}) + (\vec{P} + \vec{Q})$$

$$2\vec{C} = 2\vec{P}$$

$$\therefore \vec{C} = \vec{P}$$

نفرض أن خط عمل المحصلة يقطع  $\vec{P}$  في نقطة ح وتقسيم  $\vec{P}$  من الخارج بنسبة 1 : 2

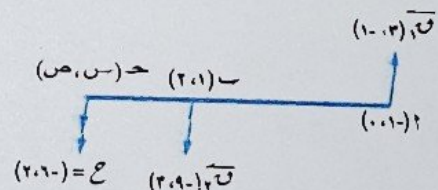


$$\therefore ح = \frac{1 \times 1 - 1 \times 2}{1 - 2}$$

$$= \frac{1 - 2}{1 - 2} = 1$$

$$(2, 2) =$$

حل آخر :



بفرض أن نقطة تقاطع خط عمل المحصلة مع  $\vec{P}$  هو «ح»

$$\vec{C} = \vec{P} + \vec{Q} = 2\vec{P} - \vec{Q}$$

$$2\vec{C} = 2\vec{P} - \vec{Q}$$

$$\therefore 2 = 2$$

$$2\vec{C} = 2\vec{P} - \vec{Q}$$

$$\therefore ح = (2, 2)$$

$$\therefore 2 = 2$$

16

15

17

القضيب متزن

$$2 = 10 + 50$$

$$2 = 20 \text{ كجم، ح = 0}$$

$$0 = 2 \times 20 - 2 \times 10 + 4 \times 50$$

$$70 = 4 \times ح \therefore ح = 17.5$$

أي أن : الثقل 50 ث.كجم يوضع على بعد 1.4 متر من الكى يتساوى الضغط على كل من الحاملين.

18

من هندسة الشكل :

$$س = 4 \text{ سم}$$

$$4 = 4\sqrt{3} \text{ سم}$$

$$4 = 8\sqrt{3} \text{ سم}$$

$$\text{في } \Delta ا ب ح : \frac{12}{8} = \frac{12}{8\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

القوى فى اتجاه دورى واحد

المجموعة تكافى ازدواج معيار عزمه

$$2 \times \text{مساحة المثلث} \times \frac{2}{3} =$$

$$2 \times \left[ 4 \times 8\sqrt{3} \times \frac{1}{3} \right] \times \frac{2}{3} =$$

$$48\sqrt{3} \text{ نيوتن.سم}$$



$$(0, 2, -2) \times (1, -1, 1) = \vec{u} \times \vec{r} = \vec{r}_1 \quad (1)$$

$$\begin{vmatrix} \vec{u} & \vec{v} & \vec{r} \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \end{vmatrix} = \vec{r}_1 \therefore$$

$$\vec{u} + \vec{v} - \vec{r} = 0$$

طول العمود من نقطة الأصل ،

$$\|\vec{r}_1\| = \frac{\sqrt{(1)^2 + (-1)^2 + (1)^2}}{\sqrt{(0)^2 + (2)^2 + (-2)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \text{ وحدة طول}$$

$$(2, 0, 0) = \vec{u} = \vec{r}_1, \quad (1, 0, 0) = \vec{u} = \vec{r}_1 \quad (ب)$$

$$\vec{u} \times \vec{r}_1 + \vec{u} \times \vec{r}_1 = \vec{r}_1 \therefore$$

$$\vec{u} (2 \times 2 - 0 \times 0) + \vec{u} (1 \times 1 - 0 \times 0) = \vec{r}_1$$

$$2 = 2 \therefore \quad 0 = 2 - 9 \therefore$$

$$\vec{r}_1 \text{ (عزم قوت حول و)}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{r}_1 = \vec{u} \cdot (2 \times 2 - 0 \times 0) = \vec{u} \cdot \vec{r}_1 = 9$$

$$\frac{9}{\sqrt{(2)^2 + (-2)^2}} = \frac{\|\vec{r}_1\|}{\|\vec{u}\|} = \text{طول العمود (ل)}$$

$$\frac{9}{2} = \text{وحدة طول}$$

٩ ب

٩ ب

١٠



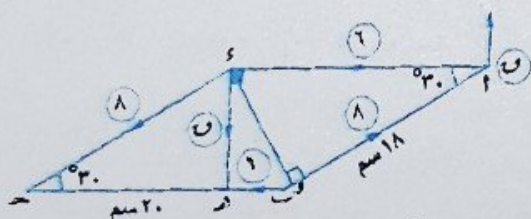
$\vec{r}_1 < \vec{r}_2$   
 $\therefore \vec{r}_1, \vec{r}_2$  في اتجاه واحد

$$\vec{r}_1 + \vec{r}_2 = \vec{r}_3$$

$$\therefore \vec{r}_1 + 100 = 100$$

$$\therefore \vec{r}_1 = 50 \text{ نيوتن, } 70 \times 100 = 50 \times 100$$

$$\therefore 100 = 100 \text{ سم}$$



$$18 = 20 \times 9 = 180 \text{ سم}$$

$$20 = 20 \times 10 = 200 \text{ سم}$$

١١

١ ٢

١ ٢

من شروط الاتزان :

$$\therefore \vec{r}_1 + \vec{r}_2 = 0$$

$$\vec{r}_1 = 0$$

$$\therefore \vec{r}_1 - 20 \times 20 = 0$$

$$\therefore 0 = 0 \times$$

$$\therefore \vec{r}_1 = 8 \text{ نيوتن}$$

$$\text{من (١) : } \therefore \vec{r}_1 = 12 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \vec{r}_1 = 12 \text{ نيوتن, } \vec{r}_2 = 8 \text{ نيوتن}$$

عند تعليق ثقل عند ب يجعل القضيب على وشك الدوران

$$\therefore \vec{r}_1 = 0$$

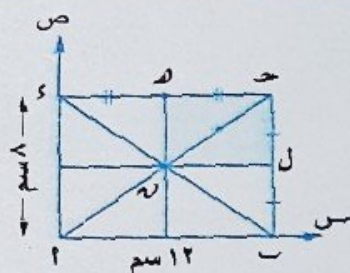
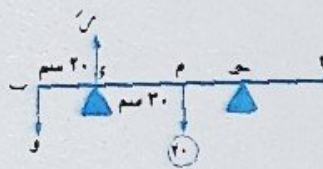
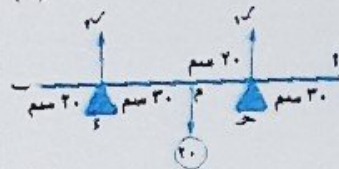
من شروط الاتزان :

$$\therefore \vec{r}_1 = 0$$

$$\therefore 20 \times 9 + 20 \times 20 = 0$$

$$\therefore 20 = 9$$

(١)



مساحة المستطيل لـ حـ هـ : مساحة المستطيل ا ب حـ و

$$= 12 \times 6 = 72$$

بفرض أن كتلة المستطيل لـ حـ هـ = كـ

كتلة المستطيل ا ب حـ و = ٤ كـ

الكتلة	كـ -	كـ
س	٩	٦
ص	٦	٤

$$0 = \frac{6 \times 4 + 9 \times 6}{4 + 9} = \frac{6 \times 4 + 9 \times 6}{13}$$

$$\frac{10}{3} = \frac{4 \times 4 + 6 \times 6}{4 + 6} = \frac{4 \times 4 + 6 \times 6}{10}$$

$\therefore$  مركز ثقل الجزء المتبقى هو  $(\frac{10}{3}, 0)$

٦ ج

٥ ب



القوتين (٦، ٦) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ج)

$$\therefore ج = ٦ \times ٦ - ٥٤ = ٠ \text{ نيوتن سم}$$

القوتين (٨، ٨) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ج)

$$\therefore ج = ٨ \times ٨ - ٨٠ = ٠ \text{ نيوتن سم}$$

$$\therefore ج = ج + ج = ٢٦ \text{ نيوتن سم}$$

$$\therefore ج = ٢٦ \text{ نيوتن سم}$$

القوتان (٢، ٢) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى

$$٢٦ = ٢ \times ٢ \text{ نيوتن سم}$$

$$\therefore ٢٦ = ٢ \times ١٣ \text{ نيوتن}$$

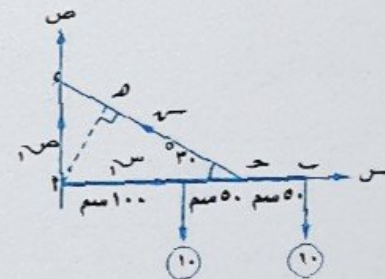
القوتان ١، ٢، ١، ٢ نيوتن

١٢

١٢

١٤

(١)



القضيب متزن  $\therefore س = \text{صفر}$

$$\therefore س = س - ٢٠ \text{ ما} = \text{صفر}$$

$$\therefore س = \frac{٢٠}{٢} = ١٠$$

$$ص = \text{صفر}$$

$$\therefore ص = ص + ٢٠ \text{ ما} - ١٠ - ١٠ = ٠$$

$$\therefore ص = ٢٠ - \frac{١}{٢} = ١٩.٥$$

$$ج = \text{صفر}$$

$$\therefore ج = ١٠٠ \times ١٠ - ٢٠٠ \times ١٠ + ١٠ \times ١٠ = \text{صفر}$$

$$\text{حيث } ١ = ١٥٠ \text{ ما} = ٧٥ \text{ سم}$$

$$\therefore ٧٥ = ٣٠٠٠$$

$$\therefore س = \frac{٣٠٠٠}{٧٥} = ٤٠ \text{ نيوتن}$$

من (١)، (٢):

$$\therefore س = \frac{٢٠}{٢} \times ٤٠ = ٤٠٠$$

$$ص = ٢٠ - ٢٠ = \text{صفر}$$

رد فعل المفصل أفقى

ويساوى ٢٠ نيوتن ويعمل فى اتجاه  $\overrightarrow{AB}$

(ب) بفرض أن أكبر مسافة يستطيع أن

يصعدا الرجل = س يكون

عندها السلم على وشك الانزلاق

معادلات الاتزان:

$$١١٠ = ٨٠ + ٣٠ = س$$

$$٢٠ = س \times \frac{٢}{٥}$$

$$\therefore س = ٢٠ \times \frac{٥}{٢} = ٥٠ \text{ ث كجم}$$

$$ج = \text{صفر}$$

$$\therefore ٢٠ \times \frac{٥}{٢} \times ٦٠ \text{ ما} + ٨٠ \times س \text{ ما} = ٠$$

$$- ٢٠ \times ٥ \times ٦٠ \text{ ما} = \text{صفر}$$

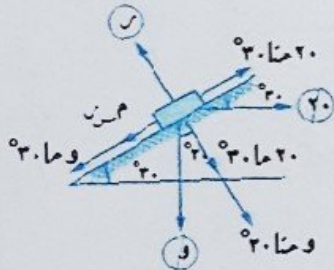
$$٢٧,٥ + ٤٠ - س = ١١٠ \Rightarrow \text{صفر}$$

$$\therefore س \approx ٣,٨٢ \text{ متر}$$

١٦

١٥

١٧



$$٩,٨ \times ٢ = ١٩,٦ \text{ نيوتن}$$

الجسم على وشك

الحركة لأعلى

$$\therefore س = ٢٠ \text{ ما} + ٢٠ \text{ ما} + ٢٠ \text{ ما} = ٦٠ \text{ ما}$$

$$\therefore س = ٢٠ \text{ ما} + ١٩,٦ \text{ ما} = ٣٩,٦ \text{ ما}$$

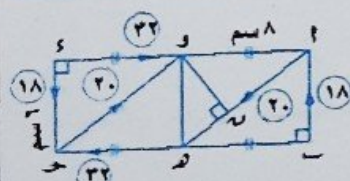
$$= ٩,٨ + ١٠ = ١٩,٨$$

$$٢٠ \text{ ما} = ٢٠ \text{ ما} + س = ٢٠ \text{ ما}$$

$$\therefore ١٠ = ٢٠ \text{ ما} + (١٩,٨ + ١٠) \times س = ٣٩,٨ \text{ ما}$$

$$\therefore س = ٢٧٨٨$$

١٨



من هندسة الشكل:

$$٨ = \frac{٨ \times ٦}{١} = ٤,٨ \text{ سم}$$

القوتان (٢٢، ٢٢) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ج)

$$ج = ٦ \times ٢٢ - ١٩٢ = ١٩٢ \text{ نيوتن سم}$$

القوتان (٢٠، ٢٠) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ج)

$$ج = ٢٠ \times ٤,٨ - ٩٦ = ٩٦ \text{ نيوتن سم}$$

القوتان (١٨، ١٨) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ج)

$$ج = ١٨ \times ١٦ - ٢٨٨ = ٢٨٨ \text{ نيوتن سم}$$

$$\therefore \text{عزم الازدواج المحصل} = ١٩٢ - ٩٦ - ٢٨٨ = \text{صفر}$$

المجموعة متزنة.







∴ الجسم على وشك الحركة لأعلى :

$$\therefore r = 20 \text{ مانه} + 10 \text{ مانه}$$

$$\therefore r = \frac{2}{5} \times 10 + \frac{4}{5} \times 20$$

$$\therefore \frac{2}{5} r - 16 = r$$

$$10 \text{ مانه} = 20 \text{ مانه} + r$$

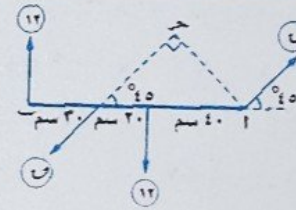
$$\therefore \frac{2}{5} \times 20 + r \times \frac{1}{4} = \frac{4}{5} \times 10$$

$$\therefore \frac{4}{5} - 12 = r$$

$$\text{من (1)، (2) : } \therefore 10 = 40 \text{ ث.كجم}$$

(1)

(2)



$$4 \text{ ح} = 60 \text{ مانه} = 20 \sqrt{2} \text{ سم}$$

القوتان (12، 12) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ع)

$$\text{حيث } 12 = 50 \times 12 = 600 \text{ نيوتن.سم}$$

القوتان (10، 20) تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى (ع)

$$\text{حيث } 10 \times 20 = 200 \text{ نيوتن.سم}$$

$$\therefore 10 = 600 - 200 = 400 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore 10 = 200 \text{ نيوتن}$$

ج 12

ج 12

14

$$\therefore \vec{r} = \vec{r} - \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}$$

$$\therefore 10 = 2 \times 1 - 4 \times 2 = 10$$

$$\begin{vmatrix} \vec{r} & \vec{r} & \vec{r} \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 4 \end{vmatrix} = \vec{r} \times \vec{r} = \vec{r}$$

$$= 12 - 10 + 4 - 8 = -2$$

طول العمود من نقطة الأصل

$$\frac{\|\vec{r}\|}{\|\vec{r}\|} = \frac{\sqrt{(-4)^2 + (10)^2 + (12)^2}}{\sqrt{(-2)^2 + (4)^2 + (4)^2}} = \frac{16\sqrt{17}}{6\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{17}}{3\sqrt{5}}$$

$$(ب) \vec{r} = \vec{r} - \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}$$

$$\therefore \vec{r} = (4 \times 2 - 10 \times 1) = 8 - 10 = -2$$

$$\therefore \vec{r} = (4 \times 2 - 10 \times 1) = 8 - 10 = -2$$

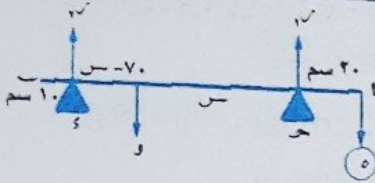
$$\therefore 2 = 4 - 10 = -6$$

$$\frac{\|\vec{r}\|}{\|\vec{r}\|} = \frac{2}{\sqrt{(-6)^2 + (12)^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

ج 16

15

17



• عند تعليق

ثقل 5 ث.كجم

من أ فإن القضيب يصبح على وشك الدوران حول ح

$$\therefore r = 20 \text{ مانه} + 10 \text{ مانه}$$

$$\therefore r = \frac{2}{5} \times 10 + \frac{4}{5} \times 20$$

(1)

$$\therefore 10 = 40 \text{ ث.كجم}$$

• عند تعليق ثقل 4 ث.كجم من ب يصبح القضيب على وشك

الدوران حول د

$$\therefore r = 20 \text{ مانه} + 10 \text{ مانه}$$

$$\therefore r = \frac{2}{5} \times 10 + \frac{4}{5} \times 20$$

$$\therefore 10 = 40 \text{ ث.كجم}$$

(2)

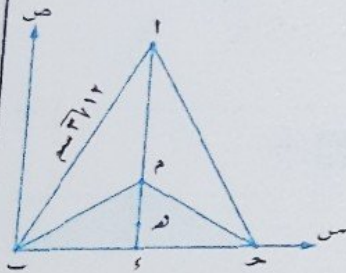
$$\therefore 10 = 40 \text{ ث.كجم}$$

$$\text{وبالتعويض من (1) : } \therefore 10 = 40 + 70 = 110$$

$$\therefore 10 = 40 + 70 = 110$$

$$\therefore 10 = 40 + 70 = 110$$

$$\therefore \text{وزن القضيب 2 ث.كجم ، يؤثر على بعد 70 سم من أ}$$



كتلة المثلث المقطوع

$$= \frac{1}{3} \times \text{كتلة المثلث الأصلي}$$

نفرض أن كتلة  $\Delta$  ح

$$= 2 \text{ ك عند م}$$

$$(6, 2\sqrt{6}) =$$

$$\text{كتلة } \Delta \text{ ح م ح} = 2 \text{ ك عند م} = (2, 2\sqrt{6})$$

الكتلة	ك 2	ك -
س	$2\sqrt{6}$	$2\sqrt{6}$
ص	6	2

$$\therefore 2\sqrt{6} = \frac{2\sqrt{6} \times 2 - 2\sqrt{6} \times 6}{2 - 6} = \frac{4\sqrt{6} - 12\sqrt{6}}{-4} = \frac{-8\sqrt{6}}{-4} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore 2\sqrt{6} = \frac{2 \times 2 - 6 \times 2}{2 - 6} = \frac{4 - 12}{-4} = \frac{-8}{-4} = 2$$

$$\text{مركز ثقل الجزء المتبقى} = (8, 2\sqrt{6})$$



١) بفرض أن طول القضيب = ٢ ل

∴ القضيب متزن ∴ ص = صفر

$$∴ ص - ص ما ٦٠ = صفر$$

$$∴ ص = \frac{1}{4} ص$$

$$∴ ص = صفر$$

$$∴ ص = \frac{2\sqrt{2}}{2} - ٦ = ص$$

$$ص = صفر$$

$$∴ ص = ٢ \times ٢ - ٢ \times ٢ = ٠$$

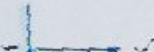
$$∴ ص = ٢ \times ٢ - ٢ \times ٢ = ٠$$

$$∴ ص = ٢ \times ٢ = ٤ \text{ نيوتن}$$

$$(٧) \text{ من (١) } ص = ٢ \text{ نيوتن}$$

$$\text{من (٢) } ص = ٢ \text{ نيوتن}$$

$$∴ ر = ٩ + ٢ \sqrt{2} = ٩ + ٢ \sqrt{2} \text{ نيوتن}$$



(ب) بفرض ٩ = ل

معادلات الاتزان :

$$ر = و$$

$$(١) ر = \frac{1}{4} ر + و$$

$$ص = صفر$$

$$∴ و = \frac{1}{4} ما ٤٥ - ل \times ١ = صفر$$

$$∴ و = \frac{9}{4}$$

$$\text{بالتعويض في (١) } ∴ و = \frac{9}{4} + \frac{9}{4} = و$$

$$∴ و = \frac{9}{2}$$

٩

٨

١٠

$$(١) \text{ ج } = (٢, ٢) \times (٢, ٢) = ٤$$

$$\begin{vmatrix} ٤ & ص & س \\ ٢ & ٢ & م \\ ١ & ٢ & ٢ \end{vmatrix} =$$

$$ص(٢ - ٢) - س(٢ - ٢) =$$

$$٤(٢ - ٢) +$$

$$٠ = ٢ - ٢ = ٠$$

$$٠ = ٢ - ٢ = ٠$$

طول العمود المرسوم من نقطة الأصل إلى خط عمل القوة

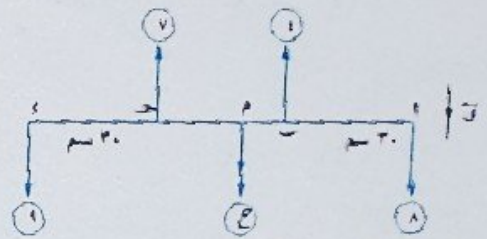
$$\frac{\sqrt{(١-)^2 + (٢)^2 + (٢)^2}}{\sqrt{(١-)^2 + (٢)^2 + (٢)^2}} =$$

$$\frac{\sqrt{١٠}}{\sqrt{١٠}} =$$

$$\frac{١.٥٨}{١} =$$

٢

١



$$ج = ٩ + ٧ - ٨ = ٨ \text{ ث.كجم}$$

وتعمل في اتجاه الفوتين ٨ ، ٩ ث.كجم

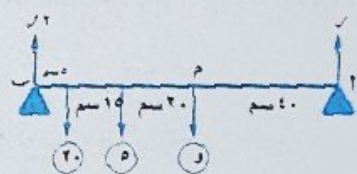
∴ مجموع عزوم القوى حول ٩ = عزم المحصلة حول ٩

$$∴ ٩ \times ٦ = ٩ \times ٩ + ٦ \times ٧ - ٨ \times ٩$$

$$∴ ٩ \times ٦ = ٨ \times ٩ + ٦ \times ٧ - ٨ \times ٩$$

$$∴ ٩ \times ٦ = ٨ \times ٩ + ٦ \times ٧ - ٨ \times ٩$$

٤



من شروط الاتزان :

$$∴ ٢٠ = ١٠ + ٥$$

$$ص = صفر$$

$$∴ ٢٠ = ١٠ + ٥ = ١٥$$

$$∴ ٢٠ = ١٠ + ٥ = ١٥$$

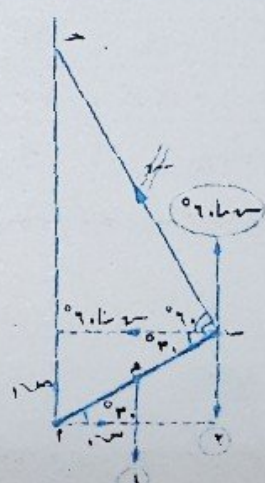
$$\text{من (١) } ∴ و = ٢٠ \text{ نيوتن}$$

$$\text{رد الفعل عند ٩ = ٢٠ نيوتن ، عند ٥ = ٤٠ نيوتن}$$

٦

٥

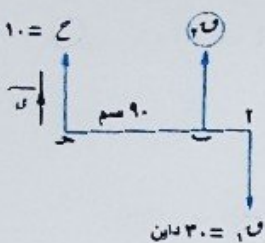
٧



(١)



ع = ١٠ داي



١٧ ع > القوى الصغرى  
القوتان في اتجاهين متضادين

$$20 - 10 = 10$$

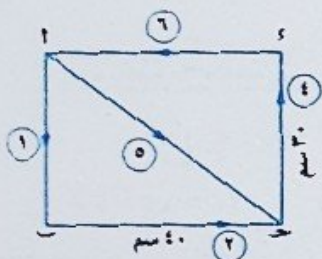
$$10 - 40 = 30 \text{ داي}$$

$$90 \times 40 = (10 + 30) \times 20$$

$$3600 = 2700 + 200$$

$$200 = 20 \text{ سم}$$

أي أنه: طول القضيب = ٢٠ سم



$$(1) \text{ ع } = 220 = 20 \times 2 + 40 \times 4$$

$$(2) \text{ ع } = 220 = 40 \times 1 + 20 \times 6$$

$$\frac{40 \times 20}{50} \times 5 + 20 \times 2 + 40 \times 1 = 220$$

$$(3) 220 = \text{ث.جم.سم}$$

من (١)، (٢)، (٣):

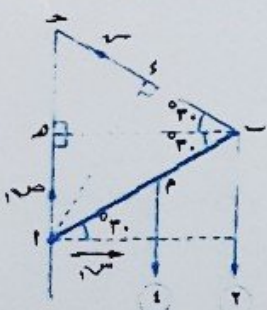
المجموعة تكافئ ازدواجاً معيار عزمه = ٢٢٠ ث.جم.سم

دور ثان ٢٠٢٠

٨

١٢

١٣



(١) بفرض طول القضيب = ل

القضيب متزن

$$\text{ث.جم.سم} = \text{صفر}$$

$$220 \times \text{مس} - 20 \times \text{مس} = \text{صفر}$$

$$\frac{220}{2} = \text{مس}$$

$$\text{ص} = \text{صفر}$$

$$220 \times \text{مس} + 20 \times \text{مس} = 6$$

$$220 \times \frac{1}{2} + 20 \times 6 = 6$$

$$\text{ع} = \text{صفر}$$



(ب) ع = صفر

$$68 + 8 \times 10 = 146$$

$$\frac{10}{10} \times 10 \times 44 + \frac{10 \times 8}{17} \times 10$$

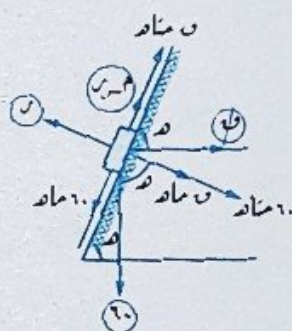
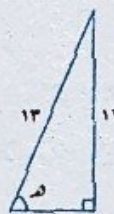
$$= \text{صفر}$$

$$528 + 480 + 8 = 1016$$

$$1008 = 8 \times 126 \text{ ث.جم}$$

١٢

١٣



الجسم على وشك الانزلاق

$$\text{ث.جم.سم} = \text{ث.جم.سم} + \text{ث.جم.سم} = 60$$

$$\frac{12}{13} \times 60 = \frac{2}{3} + \frac{5}{13}$$

$$\frac{200}{13} + \frac{12}{13} = 60 + \frac{2}{3} + \frac{5}{13}$$

بالتعويض من (٢) في (١):

$$\frac{720}{13} = \left[ \frac{200}{13} + \frac{12}{13} \right] \frac{2}{3} + \frac{5}{13}$$

$$720 = (200 + 12) \frac{2}{3} + 5$$

$$720 = 200 + 8 + 5$$

$$12 = 520 \text{ ث.جم.سم}$$

١٤

القضيب متزن تحت تأثير ازدواجين

القوتان (٢، ٤) (٣، ٤)

تكونان ازدواجاً قياسه الجبرى

$$24 = \text{ث.جم.سم}$$

$$2.4 = \text{ث.جم.سم} \text{ رأسياً لأعلى}$$

$$24 = 2.4 \times \text{مس}$$

$$\text{مس} = 10 \text{ سم}$$

$$20 = 100^\circ \text{ أو } 160^\circ$$

القضيب يميل على الرأسى لأسفل بزاوية قياسها ٢٠ أو ١٥٠

١٦

١٧



$$\therefore \frac{J}{Y} \times 20 = 20 \text{ م.ج.}$$

$$+ \frac{J}{Y} \times 20 = \text{صفر}$$

$$\therefore \frac{J}{Y} \times 20 + J \frac{Y}{Y} - J \frac{Y}{Y} = \text{صفر}$$

$$\therefore \frac{1}{Y} = 2$$

$$\therefore 2 = 2$$

$$\text{من (1) ، (2) :$$

$$\therefore 2 = 2 - 6 = 1 \text{ ص.ج.} , \frac{J}{Y} \times 20 = 2 \times \frac{J}{Y} = 2$$

$$\therefore 2 = 2 + 12 = 14 \text{ نيوتن}$$

(ب) معادلات الاتزان :

$$(1) \quad \frac{1}{Y} = 2$$

$$10 = 2$$

$$0 = 2$$

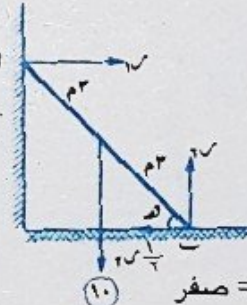
$$0 = \text{صفر}$$

$$\therefore 2 \times 10 = 2 \times 6 = 12 \text{ م.ج.}$$

$$\therefore 2 = 2$$

$$1 = 2$$

$$\therefore 2 = 2$$



5

5

6

$$(1) \quad \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\begin{vmatrix} \vec{r} & \vec{F} \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1(2) - 2(1) = 2 - 2 = 0$$

$$\therefore 2 = 2$$

(ب) خط عمل المحصلة يمر بالنقطة

$$0 = 0$$

$$0 = 0$$

$$10 \times 1 - 60 \times 4 = 10 - 240 = -230$$

$$\frac{1}{Y} \times 20 + 0 \times 2 = 0$$

$$0 = 0$$

$$\therefore 2 = 2$$

$$\therefore 2 = 2$$

8

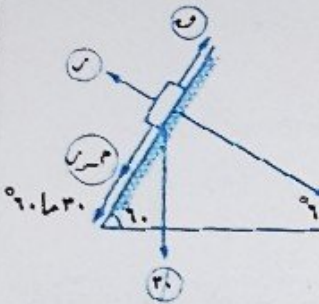
8

9

الجسم على وشك الانزلاق تحت

تأثير وزنه فقط عندما يميل

المستوى بزاوية قياسها 30°



$$\therefore \frac{1}{Y} = 2$$

الجسم على وشك الحركة لأعلى

$$\therefore 20 = 20$$

$$20 = 20$$

$$\therefore \frac{J}{Y} \times 20 + 10 \times \frac{1}{Y} = 0$$

10

$$\therefore 20 = 20$$

$$\therefore 20 = 20$$

$$\therefore 20 = 20$$

$$\therefore 20 = 20$$

$$\therefore 20 = 20$$

الصفحة متزنة تحت تأثير ازدواجين

القوتان (200 ، 20)

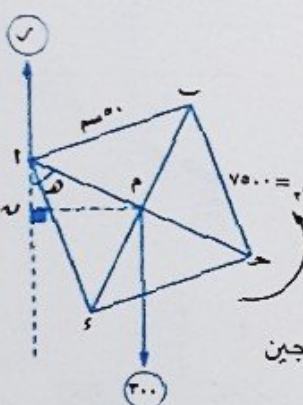
تكونان ازدواجًا قياسه الجبري = 2000

$$\therefore 2000 = 2000$$

$$\therefore 2000 = 2000$$

$$\therefore 2000 = 2000$$

$$\therefore 2000 = 2000$$



11

12

13

$$80 = 20 - 80 = 0$$

وتعمل في اتجاه القوة 80 دالين

$$80 = 80$$

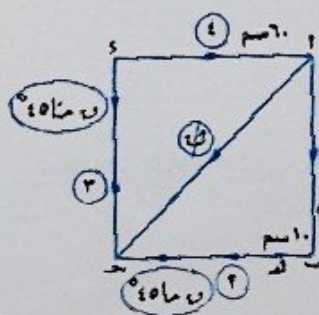
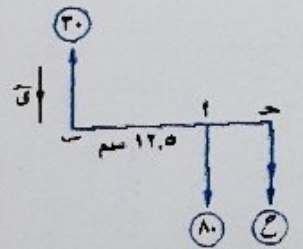
$$80 = 80$$

$$80 = 80$$

$$80 = 80$$

نقطة تأثير المحصلة ح = 20 ، ح = 20

$$80 = 80$$





١٤

∴ القوتين (٢٠ ، ٢٠)

تكونان ازدواجاً قياسه

الجبرى (١ع)

$$∴ ع = ٢٠ \times ٢٠ = ٤٠٠$$

$$= ٩٠٠ \text{ ثجم سم}$$

∴ القوتين (١٥ ، ١٥) تكونان ازدواجاً

قياسه الجبرى (٢ع)

$$∴ ع = ١٥ \times ١٥ = ٢٢٥ \text{ ثجم سم}$$

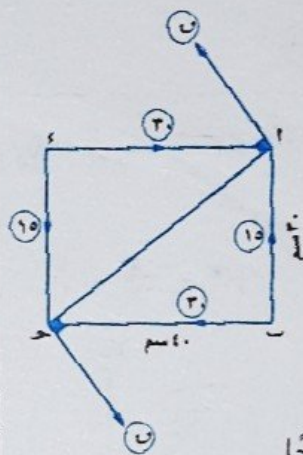
$$∴ ع = ع + ع = ٢٢٥ + ٢٢٥ = ٤٥٠ \text{ ثجم سم}$$

∴ شرط التوازن ع = ع

$$∴ ٢٠٠ = ٥٠ \times ٤$$

$$∴ ٤ = ٦ \text{ ثجم}$$

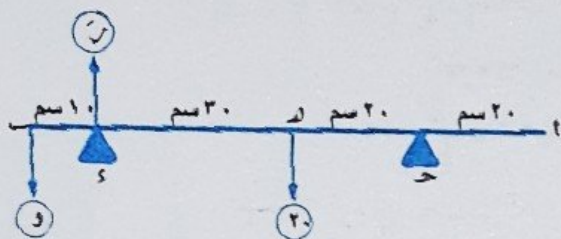
∴ القوتان ٦ ، ٦ ثجم



ومن (١) :  $١٢ = ١٢$  نيوتن

أى أن :  $١٢ = ١٢$  نيوتن ،  $٨ = ٨$  نيوتن

ثانياً :



\* عند تعليق ثقل عند س يجعل القضيب على وشك الدوران حول س

$$∴ ع = ٨$$

، من شروط الاتزان :

$$٨ + ٢٠ = ٨ + ٢٠ \text{ صفر}$$

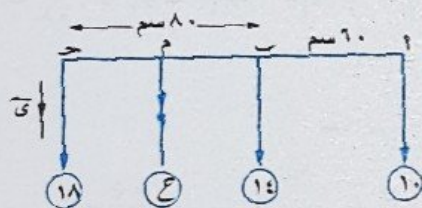
$$∴ ٨ \times ١٠ + ٢٠ \times ٢٠ = ٨ \times ١٠ + ٢٠ \times ٢٠ \text{ صفر}$$

$$∴ ٨ = ٨ \text{ نيوتن}$$

$$∴ ٨ = ٨ + ٢٠ = ٢٨ \text{ نيوتن}$$

$$∴ ٨ = ٨ \text{ نيوتن}$$

١٨



$$ع = ١٨ + ١٤ + ١٠ = ٤٢ \text{ نيوتن}$$

وتعمل فى اتجاه القوى الثلاثة

، ∴ مجموع عزوم القوى حول ٢ = عزم المحصلة حول ٢

$$∴ ١٨ \times ١٠ + ١٤ \times ٢٠ = ٤٢ \times ٢٠$$

$$∴ ٨ = ٨ \text{ سم حيث م } \Rightarrow ٩$$

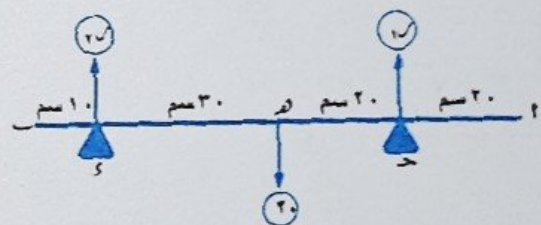
∴ المحصلة تبعد ٨ سم عن النقطة «٩»

١٦ ب

١٥ ج

١٧

أولاً :



(١)

من شروط الاتزان :  $٢٠ = ٢٠$

$$ع = ٢٠ \text{ صفر}$$

$$∴ ٢٠ \times ٢٠ = ٢٠ \times ٢٠ = ٤٠٠$$

$$∴ ٨ = ٨ \text{ نيوتن}$$



١ ا

الحل :

من الاتزان :

$$r = 48 \text{ ث.كجم}$$

$$c = u = 4 \text{ ث.كجم}$$

$$\therefore c = m = r = 48 \times \frac{2}{3} = 32 \text{ ث.كجم}$$

$$\therefore \frac{1}{8} = \frac{4}{32} = \frac{c}{r}$$

٢ ج

الحل :

$$\therefore m = r = 10 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$\therefore 0 < c \leq \sqrt{2}$$

$$\therefore c \in [0, \sqrt{2}]$$

٣ ب

الحل :

$$\therefore \text{ميل } \overline{AB} = \frac{2-0}{2-4} = -1 \therefore \text{ميل } \overline{CD} = 1$$

$$\therefore \frac{0}{1} = 1 \therefore l = 0$$

٤ ك

الحل :

$$\therefore \frac{4}{v} = \frac{-1}{a}$$

$$\therefore -1 = 4 = 7 = 2 \therefore 2 = 7 = 4 = 2$$

$$\therefore \frac{20}{4} = \frac{10}{7} = \frac{10}{2} \therefore \frac{20}{-1} = \frac{10}{a} = \frac{10}{b}$$

$$\therefore c = 10 \text{ ث.كجم}$$

٥ ج

الحل :

$\therefore$  عزم القوة  $\overline{C}$  حول النقطة  $B$  يساوى

$$\overline{C} \times \overline{AB} = \overline{C} \times (2 - 2) = (1, 2) \times (1, 2) = 0 = \overline{C} \times \overline{AB}$$

$\therefore$  القياس الجبرى لعزم الازدواج = 0

٦ د

الحل :

$\therefore$  عزم الازدواج الناتج عن

القوتين (30, r)

$$\text{يساوى } -2 \times 2 = -4 \text{ ث.كجم.سم}$$

$\therefore$  القياس الجبرى لعزم الازدواج

المؤثر فى مستوى الصفيحة

$$\text{وجعلها تتزن } = 90 \text{ ث.كجم.سم}$$

٧ ب

الحل :

القياس الجبرى لعزم  $\overline{C}$  حول نقطة  $B$

$$= -4 \times 1 = -4$$

$$= 20 \text{ نيوتن.سم}$$

٨ ك

الحل :

من معادلات الاتزان  $r = w$  و  $ma$

$$\therefore r = \sqrt{1 + m^2}$$

$$= w \text{ و } ma = \sqrt{1 + m^2}$$

$$= w \text{ و } ma = \sqrt{1 + m^2}$$

$$= w \text{ و } ma = \sqrt{1 + m^2}$$

حل آخر :

باستخدام قاعدة لامى :

$$\frac{w}{\sin(90^\circ + \theta)} = \frac{r}{\sin(180^\circ - 2\theta)}$$

$$\frac{r}{\sin(90^\circ + \theta)} = \frac{w}{\sin(180^\circ - 2\theta)}$$

$$\therefore r = w$$

٩ ب

الحل :

$$\therefore \overline{C} = (2 - 0 - 2 + 3) \overline{C}$$

$$= 4 \overline{C}$$

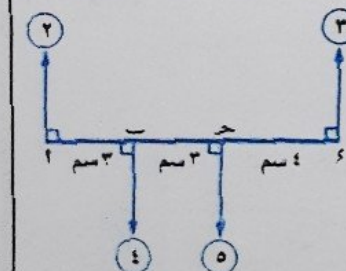
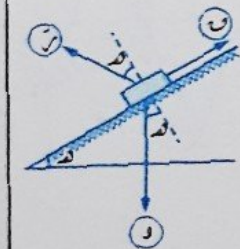
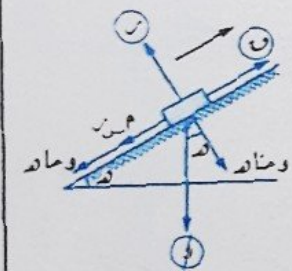
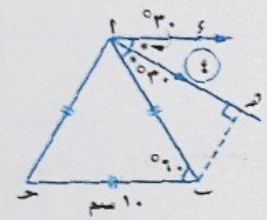
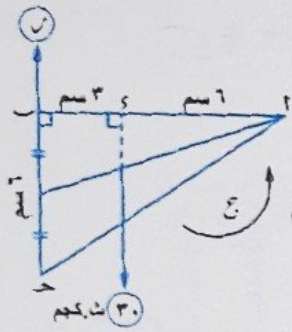
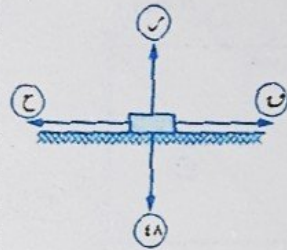
$$\therefore \|\overline{C}\| = 4 \text{ نيوتن}$$

$\therefore$  مجموع عزوم القوى حول  $B$

$$= \text{عزم المحصلة حول } B$$

$$\therefore 5 \times 4 = 10 \times 2 - 7 \times 4 + 4 \times 5$$

$$\therefore 5 = 7 \text{ سم}$$





١٠ د

الحل :

القضيب متزن  $\therefore$  ع = صفر

$$\therefore 8(5 + \text{س}) + 10 = 7 \times 16$$

$$\therefore 18 \text{ س} = 72 \quad \therefore \text{س} = 4 \text{ سم}$$

١١ ج

الحل :

معادلات الاتزان

$$\text{س} = 200 \text{ نيوتن}$$

$$\text{س} = \frac{2}{5} \text{ س}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{2}{5} \times 200 = 80 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \text{ع} = \text{صفر}$$

$$\therefore 200 \times 2 \text{ م} = 80 \times 4 \text{ م}$$

$$\therefore 200 \times 2 = 80 \times 4$$

$$\therefore 200 = 80 \times 2 = 160 \text{ متر}$$

١٢ د

الحل :

$$\therefore \text{ح} = \frac{1}{4} \text{ س}$$

$$\therefore \text{س} = 4 \text{ ح}$$

$$\therefore \text{ح} = \sqrt{2(12) - 2(6)} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \text{س} = 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

$$\therefore \text{القوتان } (8\sqrt{3}, 8\sqrt{3}) \text{ تكونان ازدواج}$$

$$\text{قياسه الجبرى} = 8\sqrt{3} \times 8\sqrt{3} = 192$$

$$\therefore \text{القوتان } (8\sqrt{3}, 8\sqrt{3}) \text{ تكونان ازدواج قياسه الجبرى}$$

$$= 192$$

$$\therefore 192 = 8\sqrt{3} \times 8\sqrt{3} = 192$$

$$\therefore 8\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

١٣ ا

الحل :

$$\therefore \text{ح} = \sqrt{2(12) + 2(9)} = \sqrt{30}$$

$$\therefore \text{القوتان } (20, 20) \text{ تكونان ازدواج قياسه الجبرى ع}$$

$$\text{حيث ع} = 20 \times 20 = 400 \text{ نيوتن سم}$$

القوى التى مقاديرها ٢٧ ، ٤٥ ، ٣٦ نيوتن تؤثر فى

ترتيب دورى واحد

$$\therefore \frac{27}{9} = \frac{36}{12} = \frac{45}{15}$$

القوى تكافئ ازدواج قياسه الجبرى ع حيث

$$\text{ع} = 2 - \left( \frac{1}{4} \times 9 \times 12 \right) \times 2 = -224 \text{ نيوتن سم}$$

$$\therefore \text{عزم الازدواج المحصل} = 224 - 200 = 24 \text{ نيوتن سم}$$

$$\therefore \text{معيار عزم الازدواج المحصل} = 24 \text{ نيوتن سم}$$

حل آخر :

المجموعة تكافئ ازدواجًا

$$\therefore \text{ع} = 20 \times 10 - 27 \times 12 = -24 \text{ نيوتن سم}$$

$$\therefore \text{معيار عزم الازدواج} = 24 \text{ نيوتن سم}$$

١٤ د

الحل :

$$\text{س} = \frac{14 \times 1 + 20 \times 2}{14 + 20} = 6$$

$$\therefore 20 \times 2 = 6 \times 14$$

$$\therefore 6 = 6 \text{ كجم}$$

١٥ ب

الحل :

مساحة المستطيل ١ ح د :

مساحة المربع ١ ح د

$$1:6 = 2 \times 2:6 \times 4$$

المربع	المستطيل	الكثافة
١	٦	١
٥	٣	٢
٢	٢	٣

$$\therefore \text{س} = \frac{12 \times 1}{5} = \frac{12}{5} = 2.4$$

$$\text{ح} = \frac{9 \times 1}{5} = \frac{9}{5} = 1.8$$

بعدا مركز ثقل الجزء المتبقى عن كل من

$$\text{ح} = 2.4 \text{ سم ، ح} = 1.8 \text{ سم}$$

١٦ ج

الحل :

نفرض أن النقطة ب = (٠ ، ٤ ، ٠)



$$\begin{vmatrix} \overline{6} & \overline{ص} & \overline{س} \\ . & ل & . \\ ٤ & ٢- & ١ \end{vmatrix} =$$

$$\overline{\lambda_0}f = |e| \overline{1_V}f \therefore \overline{\lambda_0}f = \overline{e} \overline{1_V}f \therefore$$

$$1 + \sqrt[3]{9} = 12 \therefore$$

عندك	عندك	عندك	عندك	
١٢ ك	٥ ك	٦ ك	٥ ك	الكلمة
١٢	٢١	١٢	٣	س م
٠	٤	٨	٤	ص م

7A



∴ ص = ٢٠ نيوتن

وبالتعويض في (٢) :

$$٦٠ = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} \times ٢٠ + ٢٠ \quad \therefore \sqrt{2} \times ٢٠ = ٢٠ \text{ نيوتن}$$

$$\text{وبالتعويض في (١) : } \therefore \sqrt{2} \times ٢٠ = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} \times ٢٠ = ٢٠ \text{ نيوتن}$$

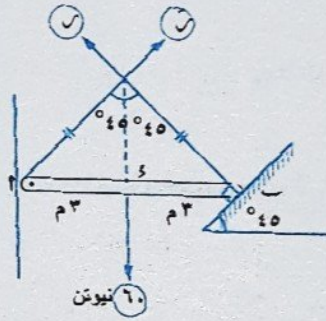
$$\therefore \text{ مقدار رد فعل المفصل } = \sqrt{(٢٠)^2 + (٢٠)^2} = ٢٨ \text{ نيوتن}$$

حل آخر :

باستخدام قاعدة لامي :

$$\frac{\sqrt{2}}{\sin ١٣٥^\circ} = \frac{٦٠}{\sin ٩٠^\circ}$$

$$\therefore \sqrt{2} \times ٢٠ = ٦٠ \text{ نيوتن}$$



٢٣

الحل :

∴ المجموعة تكافئ ازدواجًا بعد اضافة القوة ٧

$$\therefore \frac{٧ + ١٧}{٧} = \frac{٧ + ١٤}{٦} = \frac{٧ + ١١}{٥}$$

$$\therefore ٧٥ + ٧٠ = ٧٦ + ٦٦$$

$$\therefore ٤ = ٧ \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \text{ مساحة } \Delta \text{ ا ب ح } = \sqrt{(٧-٩)(٦-٩)(٥-٩)} = ٦ \text{ سم}^2$$

$$= ٦ \times ٦ \text{ سم}^2$$

$$\therefore \text{ القياس الجبري لعزم الأزواج } = ٢ \times ٦ \times ٦ \times ٢ = ١٧٦ \text{ نيوتن.سم}$$

$$= ١٧٦ \text{ نيوتن.سم}$$

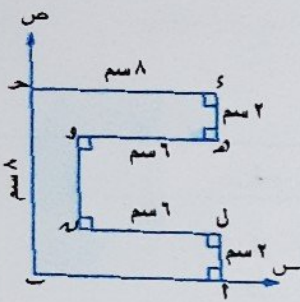
٢٤ ج

الحل :

∴ مساحة المربع ا ب ح د :

مساحة المستطيل ل و ه

$$٢ : ٨ = ٤ \times ٦ : ٨ \times ٨ =$$



المستطيل	المربع	الكتلة
٢-٨	٨-٨	٣
٥	٤	٥
٤	٤	٤

$$\therefore ٣, ٤ = \frac{١٧}{٥} = \frac{٥ \times ٢ - ٤ \times ٨}{٢ - ٨} = ٣ \text{ سم}$$

$$\therefore ٤ = \frac{٢٠}{٥} = \frac{٤ \times ٢ - ٤ \times ٨}{٢ - ٨} = ٤ \text{ سم}$$

∴ بعدا مركز ثقل الصفيحة عن كل من

ح ح ، ا ا هو ٣, ٤ سم ، ٤ سم

٢٥ ا

الحل :

∴ الساق متزنة

$$\therefore ٤ \times ٣ = ٤ \times ٤$$

$$\therefore \text{ ح ح } = \text{ ص ص }$$

$$\therefore ١٠ = ٣ \text{ ث.كجم}$$

$$\therefore ٤ \times ٣ = ٤ \times ٤$$

$$\therefore \text{ ح ح } = \text{ ص ص }$$

$$\therefore ٢٠ = ٣ - ٣ \text{ ث.كجم}$$

$$\therefore ٢٠ = ٣ \text{ ث.كجم}$$



بالمكتبات

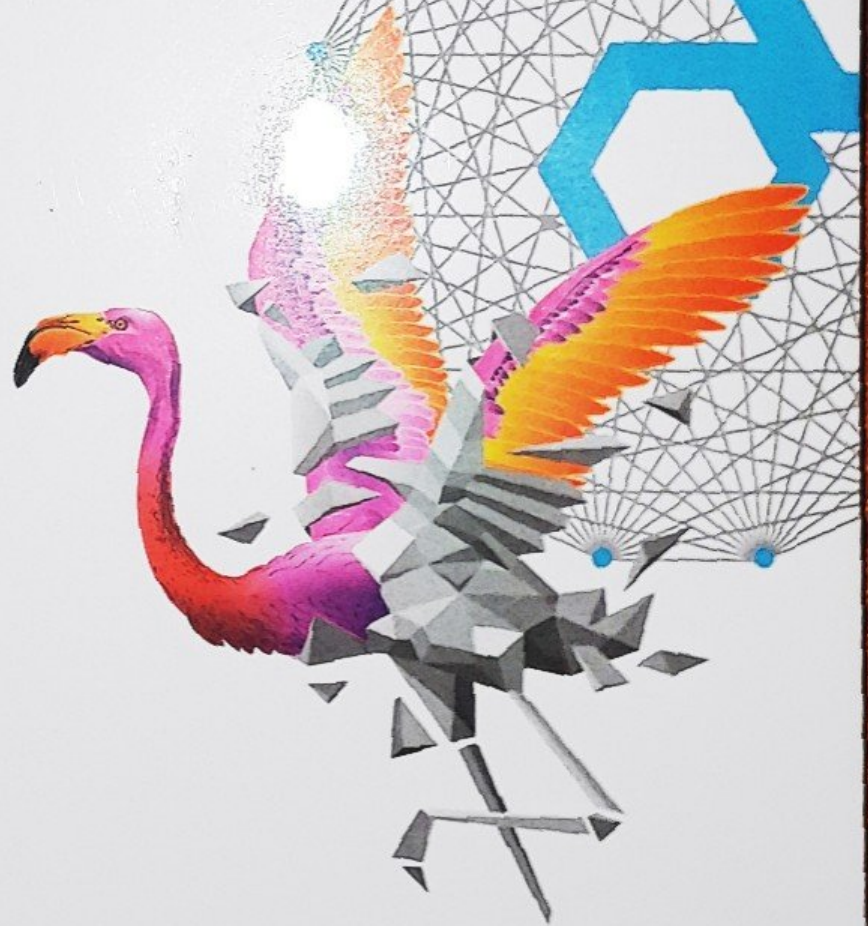
الآن

المعاصر  
في:

- الديناميكا
- الجبر و الهندسة الفراغية
- التقاضل و التكامل
- اللغة الإنجليزية
- اللغة الفرنسية

# الاستاتيكا الرياضيات التطبيقية

المراجعة المستمرة  
تُصرف مجاناً مع الكتاب



6



/ElMoasser.eg

مكتبة الطلبة

للطب والعلوم والتكنولوجيا

٣ شارع كامل صدوق - القاهرة  
تليفون: ٢٥٩٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩ - ٢٢٥٩٣٤١٢

e-mail: info@elmoasserbooks.com

www.elmoasserbooks.com

الطبعة الأولى: ٢٠١٤

